

ESERCITAZIONI DI COSTRUZIONE DI MACCHINE CON INVENTOR

Giannelli Giovanna

Scopo di questa presentazione è fornire una breve panoramica sul lavoro svolto con il software Inventor nello studio di travi, lastre forate e alberi con intaglio.

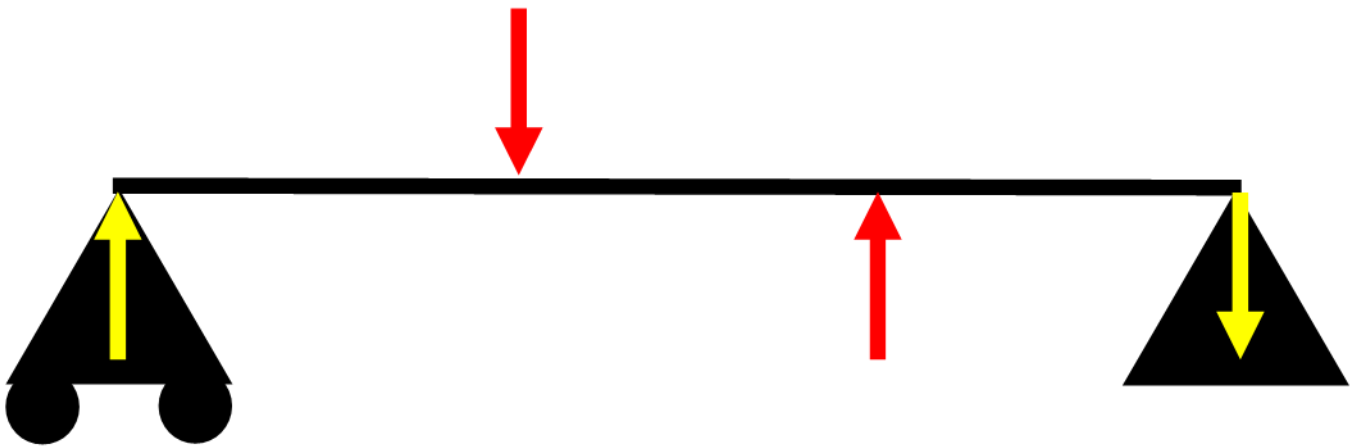
In particolare si vogliono confrontare i risultati teorici preventivamente calcolati secondo le ipotesi di scienza delle costruzioni con le soluzioni fornite dalle relative simulazioni in Inventor.

ESERCITAZIONE 1:

ALBERI ISOSTATICI

TRAVE 1:

Ho analizzato una trave simmetrica con carrello e appoggio alle estremità e due forze applicate internamente.



I valori usati sono:

- Diametro $d = 2 \text{ mm}$,
- Lunghezza totale $L_1 = 60 \text{ mm}$,
- Distanza tra i punti di applicazione delle due forze $L_2 = 20 \text{ mm}$; per le misure scelte risulta uguale alla distanza tra ogni estremo e il punto di applicazione della forza più vicina, che chiameremo a : $L_2 = a = 20 \text{ mm}$.
- Materiale: lega d'acciaio:

Generale	Densità della massa	$7,85 \text{ g/cm}^3$
	Resistenza allo snervamento	250 MPa
	Resistenza massima a trazione	400 MPa
Sollecitazione	Modulo di Young	205 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	78,8462 GPa

- Intensità delle forze: 6 N.

Le grandezze sono state scelte in modo da restare in campo elastico, come si vede in seguito.

FORZE E VERIFICA STATICA TEORICI CALCOLATI:

Dall'equilibrio alla rotazione nei punti di applicazione dei vincoli risulta:

$$R = F \frac{L_2}{L_1} = F \frac{a}{L_1} = 2 \text{ N}$$

TAGLIO:



MOMENTO:



$$M_{fl \text{ massimo}} = Ra = 40 \text{ N}$$

Si studia la sezione più sollecitata (un'unica per la simmetria), scegliendo (ad esempio) una immediatamente a destra della forza applicata a sinistra, vista da destra. Qui ho analizzato i 5 cubetti caratteristici (4 sulla circonferenza e una centrale). **Il cubetto più sollecitato risulta quello nella parte inferiore della trave** con

$$\sigma_{fl} = \frac{M_{fl}}{\frac{\pi d^3}{32}} = 51 \text{ MPa}$$

Applicando il criterio di Von-Mises, si ottiene immediatamente

$$\sigma_{VM} = \sigma_{fl} = 51 \text{ MPa}$$

Ponendo

$$\sigma_{VM} = \frac{R_{sn}}{\eta} = \frac{250 \text{ MPa}}{\eta}$$

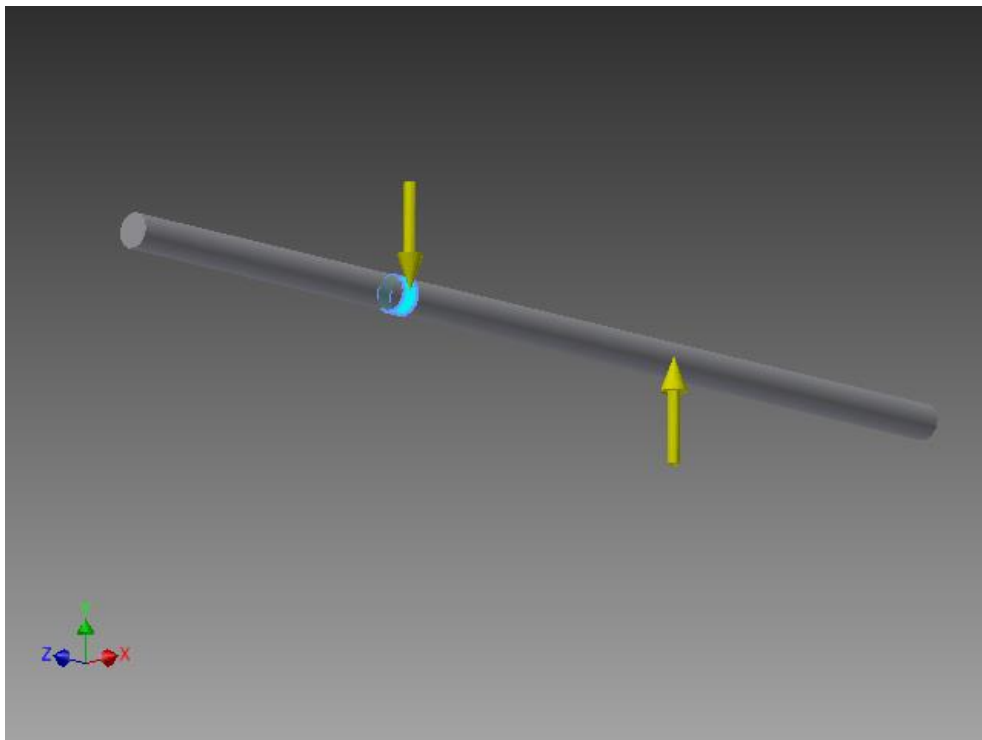
Risulta $\eta = 4,9$.

FORZE IN INVENOR:

METODO 1:

Ho messo un piano nel centro della trave, applicato la funzione “dividi”. Le forze cadono nella mezzeria del pezzo di trave selezionato, pertanto applicandole alle due metà della trave, risultavano applicate correttamente. Tuttavia con questo metodo i risultati ottenuti erano scadenti.

METODO 2:



Ho applicato 4 piani con relative divisioni creando due sezioni sottili in corrispondenza dei punti di applicazione delle forze. Facendo vari tentativi, si è visto che i risultati miglioravano al diminuire dello spessore della sezione e “centrando” la sezione nell’applicazione teorica della forza.

Riportiamo in seguito i risultati ottenuti con questo metodo, con offset da piano all’estremità a 19,5 mm e 20,5 mm (pertanto le sezioni di applicazione delle forze sono di 1 mm).

Le forze sono visualizzate come applicate sul mantello della trave ma dai risultati si evince che ciò non crea problemi (infatti non si crea momento torcente): si tratta evidentemente soltanto di una visualizzazione grafica del punto di applicazione della forza.

VINCOLI IN INVENTOR:

Si tratta di un caso semplice in quanto i vincoli sono posti alle estremità della trave: pertanto basta

- Mettere un vincolo di fissaggio lungo l'asse verticale (y) per simulare un carrello
- Mettere un vincolo di fissaggio triplo per l'appoggio

(serve un grado di vincolo in più rispetto al caso teorico idealizzato con le ipotesi di scienza delle costruzioni).

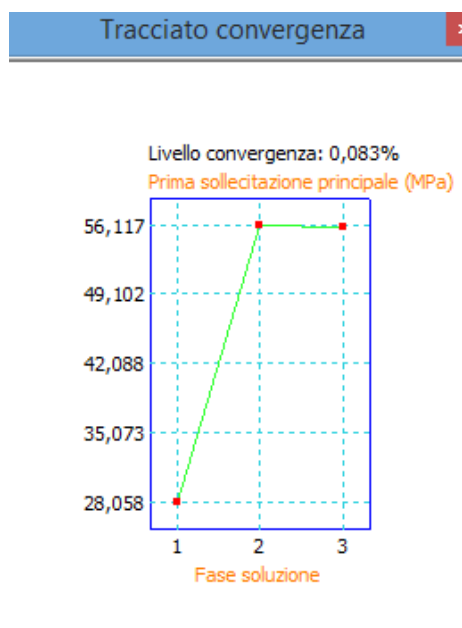
MESH:

Ho studiato questo caso con diverse dimensione medie dell'elemento di mesh:

	Teoria	Inventor	Inventor	Inventor	Inventor
Mesh		0,1	0,01	0,005	0,009
Reazione vincolare appoggio (N)	2	2,227	2,222	2,222	2,222
Errore percentuale tra reazione vincolare teorica e in inventor		0,1115	0,111	0,111	0,111
Reazione vincolare carrello (N)	2	2,228	2,222	2,222	2,223
Errore percentuale tra reazione vincolare teorica e in inventor		0,114	0,111	0,111	0,1115
Prima sollecitazione principale massima (Mpa)		56,04	56,23	56,62	57,24
Prima sollecitazione principale nel punto studiato (Mpa)	51	52,78	51,37	51,81	53,29
Errore percentuale tra prima soll. Princ. Teorico e in inventor		0,034902	0,007255	0,015882	0,0449
Fattore di sicurezza	4,9	4,74	4,89	4,82	4,69
					-
Errore percentuale tra fattore di sicurezza teorico e in inventor		-0,03265	-0,00204	-0,01633	0,04286

Gli errori percentuali sono stati calcolati in Excel e servono ad aiutare a visualizzare come la variazione delle mesh provate si rispecchia nell'errore tra i valori così ottenuti con inventor – di reazioni vincolari, di prima sollecitazione principale e di fattore di sicurezza – e i valori calcolati teoricamente.

Convergenza della mesh:



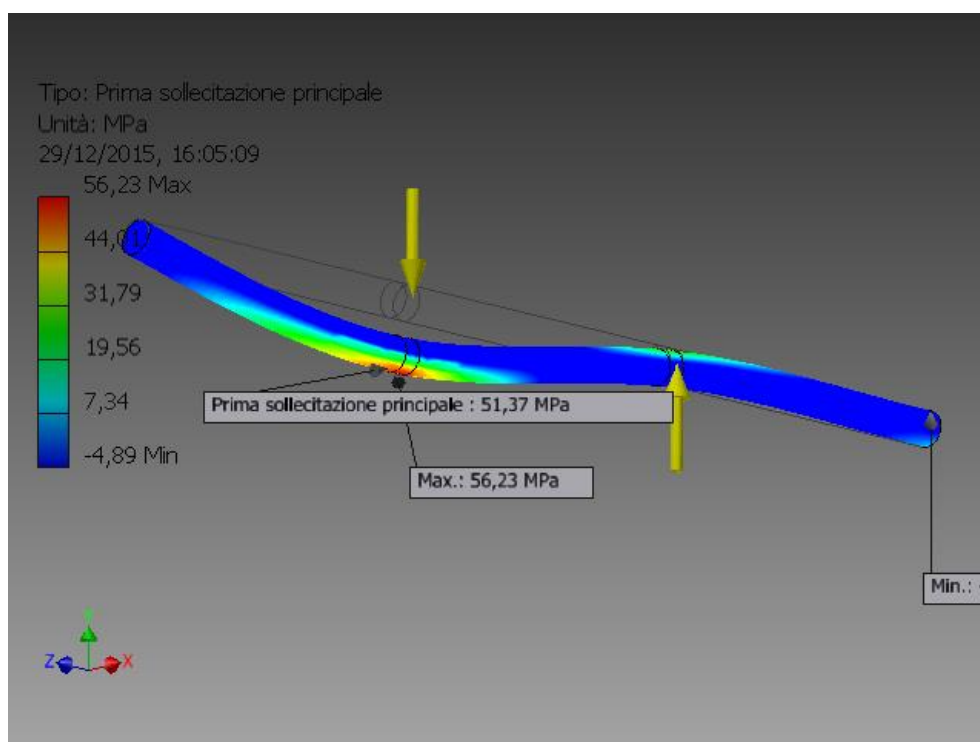
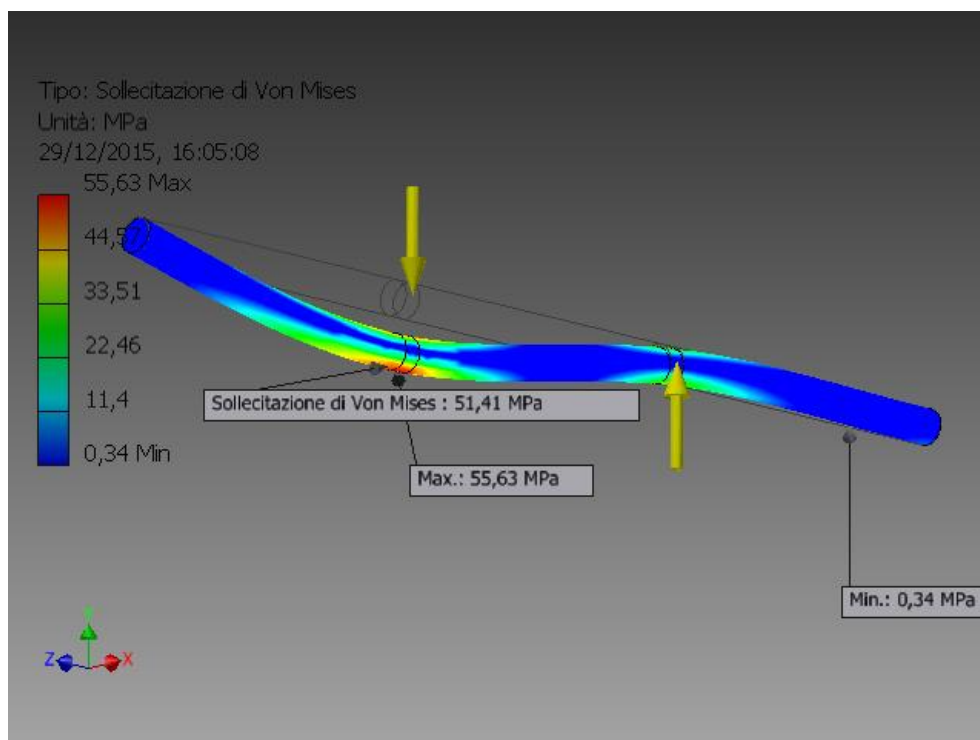
Pertanto **ho scelto di riportare i risultati con la seguente mesh:**

Dimensione media elemento (frazione del diametro modello)	0,01
Dimensione minima elemento (frazione della dimensione media)	0,2
Fattore di gradazione	1,5
Angolo di rotazione massimo	60 gr
Crea elementi mesh curvi	Sì

RISULTATI CON INVENTOR: REAZIONI VINCOLARI (confronto con reazioni teoriche calcolate)

Nome vincolo	Forza di reazione		Momento di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo di fissaggio:1	2,22246 N	0 N	0,00000912636 N m	-0,000000958573 N m
	Risultato teorico:	2,22246 N		0,00000152833 N m
	2 N	0 N		0,00000894627 N m
Vincolo di fissaggio:2	2,22241 N	0 N	0,0133513 N m	0,0133513 N m
	Risultato teorico:	-2,22241 N		0 N m
	2 N	0 N		0 N m

VON MISES E PRIMA SOLLECITAZIONE PRINCIPALE E DEFORMATA EQUIVALENTE:

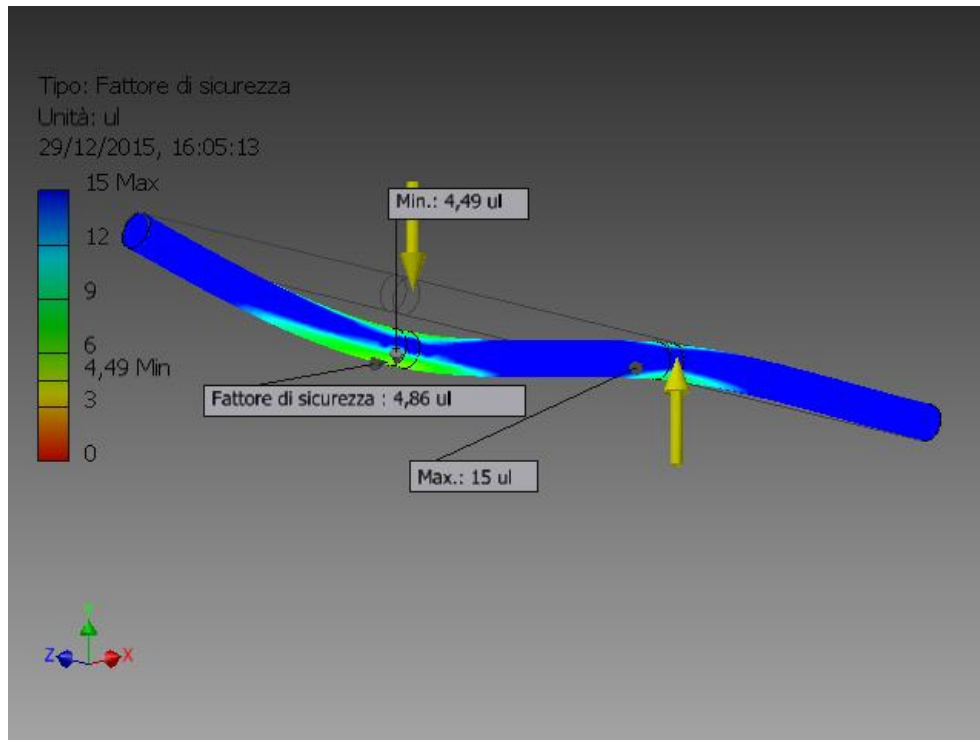


$\sigma_{teorica} = 51 \text{ MPa}$

$\sigma_{inventor} = 51,37 \text{ MPa}$

FATTORE DI SICUREZZA:

risultato teorico: $\eta = 4,9$.

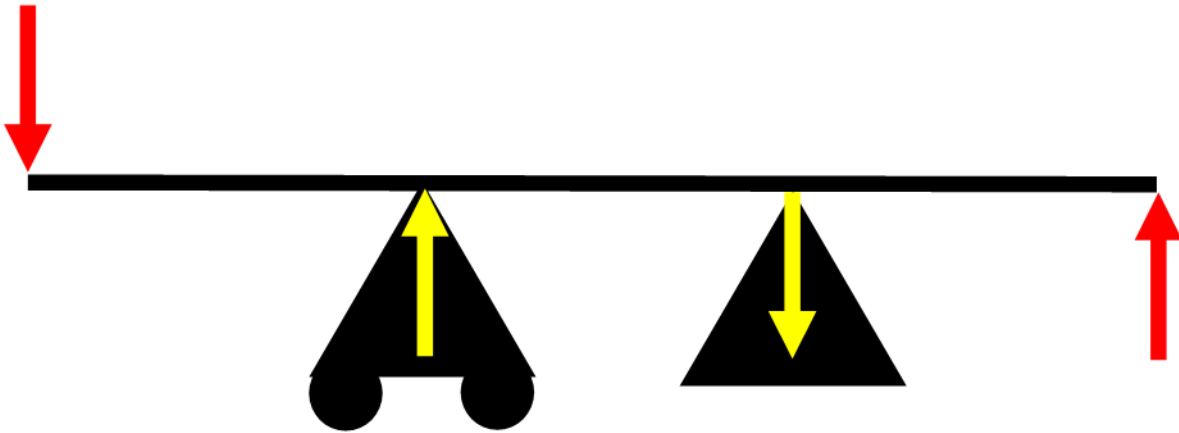


CONCLUSIONI SULLA TRAVE 1:

L'unico problema riscontrato nella modellizzazione in Inventor riguarda l'applicazione delle forze; si può dire che con il metodo adottato (applicazione delle forze su una sezione sottile della trave), si sono ottenuti bassi errori tra valori teorici e valori della simulazione.

TRAVE 2:

Ho analizzato una trave simmetrica con appoggio, carrello e due forze applicate alle estremità.



I valori usati sono:

- Diametro $d = 2 \text{ mm}$,
- Lunghezza totale $L_1 = 60 \text{ mm}$,
- Distanza tra carrello e cerniera: $L_2 = a = 20 \text{ mm}$.
- Materiale: lega d'acciaio
- Intensità delle forze: 6 N .

Le grandezze sono state scelte in modo da restare in campo elastico anche in questo caso, come si vede in seguito.

FORZE E VERIFICA STATICA TEORICI CALCOLATI:

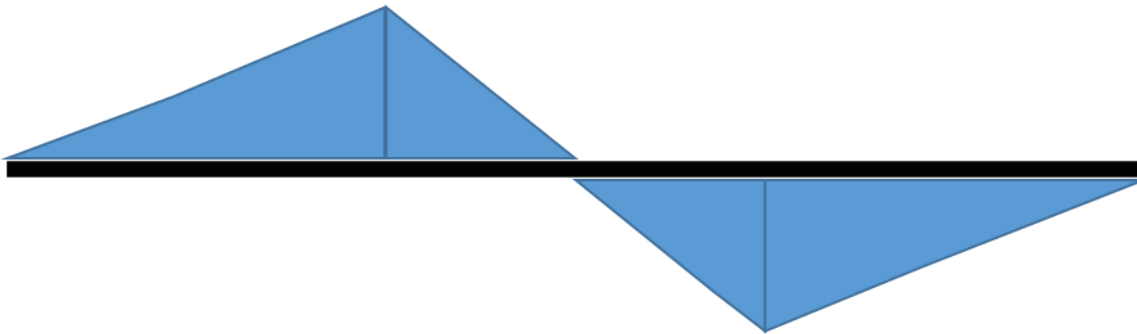
Dall'equilibrio alla rotazione nei punti di applicazione dei vincoli risulta:

$$R = F \frac{L_1}{L_2} = F \frac{L_1}{a} = 18 \text{ N}$$

TAGLIO:



MOMENTO:



$$M_{fl\ massimo} = Fa = 120\ N$$

Si studiano le sezioni più sollecitate, scegliendo (ad esempio) una immediatamente a destra del carrello e una immediatamente a destra dell'appoggio, entrambe viste da destra. In entrambe queste due sezioni (circolari) ho analizzato i 5 cubetti caratteristici (4 sulla circonferenza e una centrale). **Nella sezione del carrello il punto più sollecitato risulta essere quello nella parte superiore della trave, nella sezione dell'appoggio è invece quello nella parte inferiore;** entrambi con una trazione tale da avere

$$\sigma_{fl} = \frac{M_{fl}}{\frac{\pi d^3}{32}} = 152\ MPa$$

Applicando il criterio di Von-Mises, si ottiene immediatamente

$$\sigma_{VM} = \sigma_{fl} = 152\ MPa$$

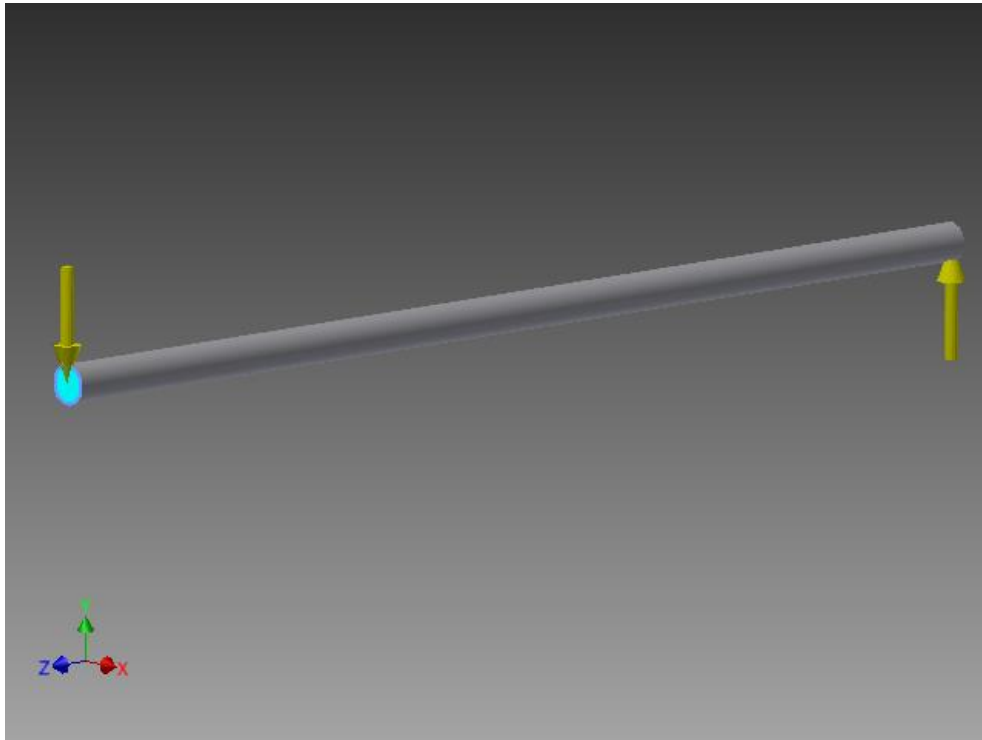
Ponendo

$$\sigma_{VM} \leq \frac{R_{sn}}{\eta} = \frac{250\ MPa}{\eta}$$

Risulta $\eta = 1,6$.

FORZE IN INVENOR:

Si sono applicate sull'intersezione tra un piano secante la trave e la superficie della trave stessa (offset da piano, dividi). Non ho avuto alcuna difficoltà perché le forze sono applicate alle estremità.



VINCOLI:

Ho trovato un po' problematico capire come mettere i vincoli. Dopo vari tentativi, la soluzione adottata nella simulazione qui presente è stata fatta così: prima si è messo un piano, poi si è usata l'opzione "dividi", poi:

- Per carrello: fissaggio lungo asse y ,
- Per appoggio: fissaggio triplo (lungo assi x, y, z).

Tale situazione fornisce gli stessi risultati che sia avrebbero con la seguente scelta:

- Per carrello: fissaggio lungo assi x, y ,
- Per appoggio: fissaggio lungo assi y, z .

Avevo provato molte altre soluzioni ma questa è la più semplice e risulta al contempo efficace. Tra queste, avevo in particolar modo fatto i seguenti tentativi:

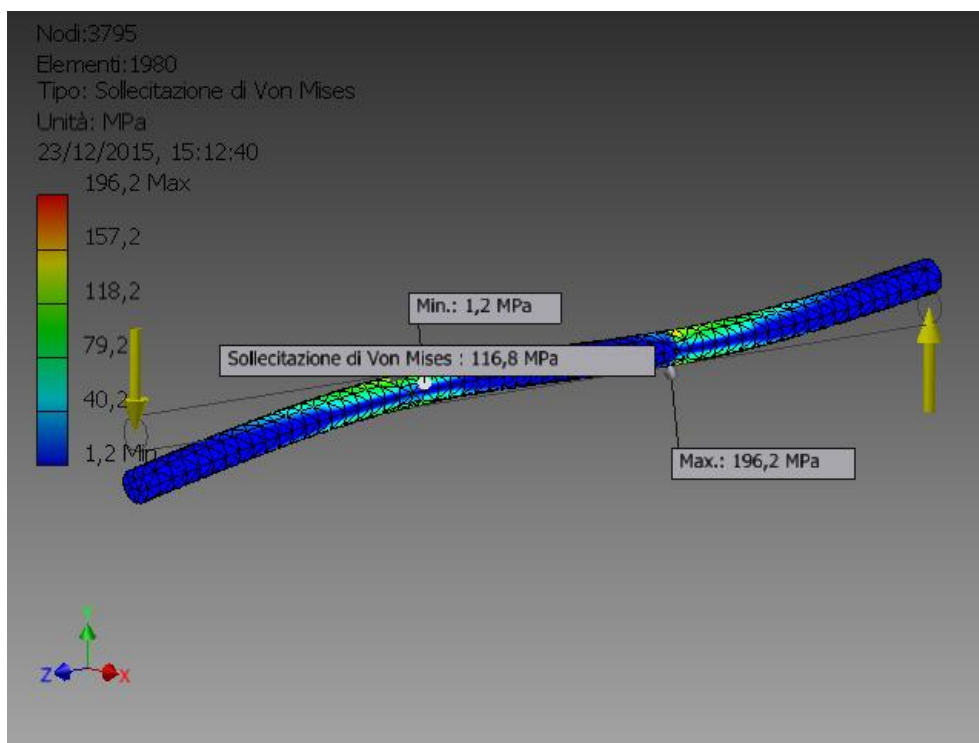
- Creazione di sottili sezioni nelle zone dei vincoli, applicazioni di vincoli di pin e di vincolo privo di appoggio
- Creazione di un piccolo supporto sotto alla zona dell'appoggio, in modo da fissare in tutte e tre le direzioni (incastro) il piede del supporto. Sull'altro vincolo avevo applicato un vincolo senza attrito.

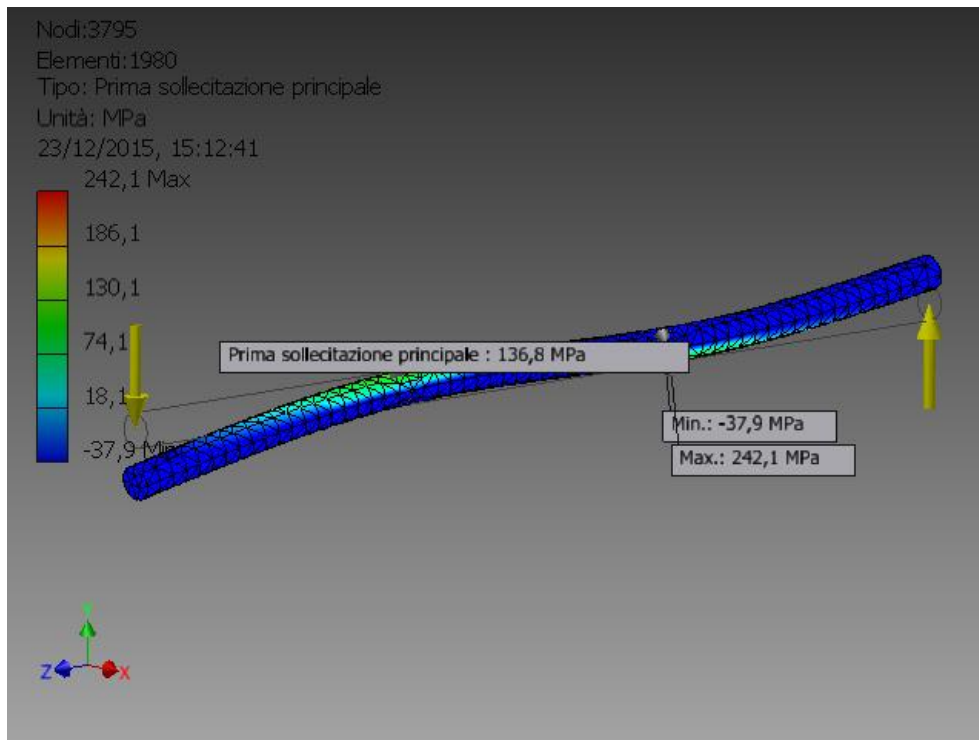
Non sono qui presentate tutte queste soluzioni perché hanno fornito risultati deludenti pur richiedendo molto più lavoro della soluzione presentata: ad esempio, nel caso di sezioni sottili (analogo alla soluzione adottata per le forze nella trave 1), le forze di reazione risultano pari a 7,2 N.

RISULTATI CON INVENTOR: REAZIONI VINCOLARI (confronto con reazioni teoriche calcolate)

Nome vincolo	Forza di reazione		Momento di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo di fissaggio:1	15,0267 N	0 N	0 N m	0 N m
	Risultato teorico:	15,0267 N		0 N m
	18 N	0 N		0 N m
Vincolo di fissaggio:2	15,0327 N	0 N	0,0594059 N m	-0,0594059 N m
	Risultato teorico:	-15,0327 N		-0,0000614564 N m
	18 N	0 N		0 N m

VON-MISES E PRIMA SOLLECITAZIONE PRINCIPALE:





$\sigma_{teorica} = 152 \text{ MPa}$

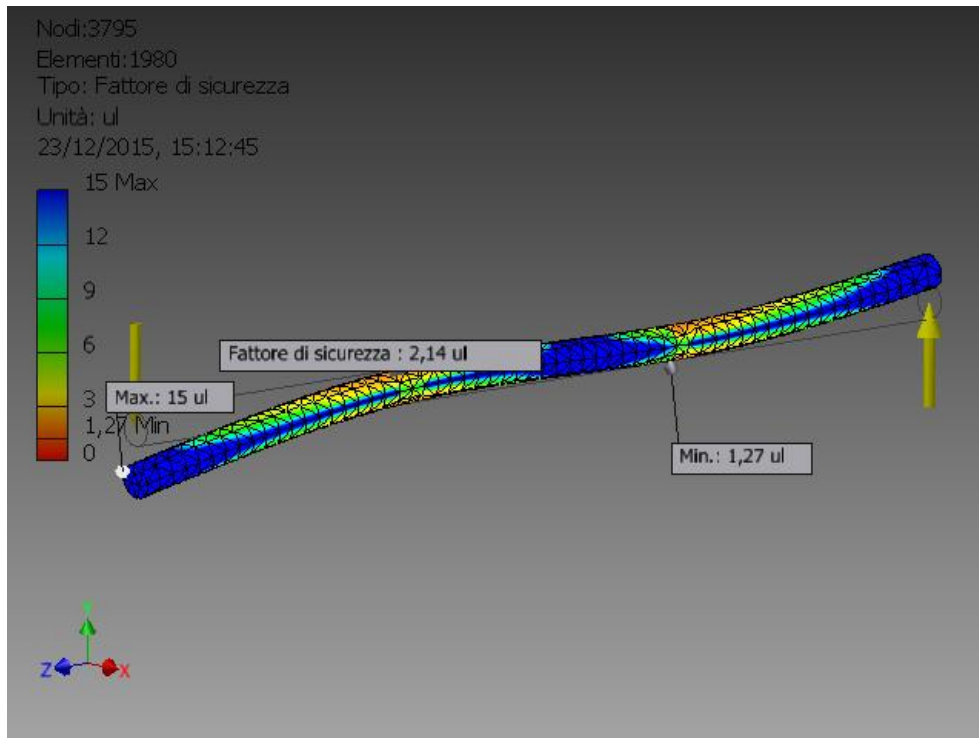
$\sigma_{inventor} = \sigma_{massima\ inventor} = 242,1 \text{ MPa}$ nella sezione vincolata con appoggio

$\sigma_{inventor} = 136,8 \text{ MPa}$ nella sezione vincolata con carrello

Si nota che il valore teorico si avvicina molto a quello in Inventor nel punto più sollecitato vicino al carrello (nella zona verso l'asse y uscente), mentre il valore nel punto più sollecitato della sezione vicino al carrello (nella zona sottostante della trave, nel verso della y entrante) si discosta abbastanza da valore teorico.

Come si vede in seguito (mesh), tale tendenza è valida per tutti gli altri risultati: la coerenza del modello adottato a quello teorico in vicinanza del carrello e il discostamento dai valori teorici nelle vicinanze dell'appoggio AUMENTA MAN MANO CHE SI INFITTISCE LA MESH. Probabilmente tale comportamento è da addurre ad un errore nel vincolamento adottato per simulare l'appoggio: infatti ho fatto un fissaggio triplo invece che doppio (in quanto altrimenti risultavano vincoli insufficienti; tuttavia in tal modo si crea una sollecitazione eccessiva localmente nell'appoggio e nel suo intorno che in realtà non è così alta).

FATTORE DI SICUREZZA: ($\eta_{teorico} = 1,6$)



MESH:

I risultati fin ora proposti sono ottenuti con una mesh standard:

Dimensione media elemento (frazione del diametro modello)	0,1
Dimensione minima elemento (frazione della dimensione media)	0,2
Fattore di gradazione	1,5
Angolo di rotazione massimo	60 gr
Crea elementi mesh curvi	Sì

Sono ora riportati i risultati principali al variare del tipo di mesh utilizzate (compatibilmente con la capacità del pc utilizzato); gli errori percentuali riportati si riferiscono ai valori teorici precedentemente calcolati.

Dimensione media elemento (frazione del diametro modello)	Valori teorici	0,1	0,05	0,02	0,01

Forze di reazione	18 N	15,026 N	15,03 N	15,03 N	15,04 N Errore 16%
Prima sollecitazione principale massima, vicino all'incastro	152 MPa	242,1 MPa	242,1 MPa	237 MPa	233,2 MPa Errore 53%
Prima sollecitazione principale vicino al carrello	152 MPa	136,8 MPa	136,8 MPa	139,7 MPa	153,1 MPa Errore 0,72%

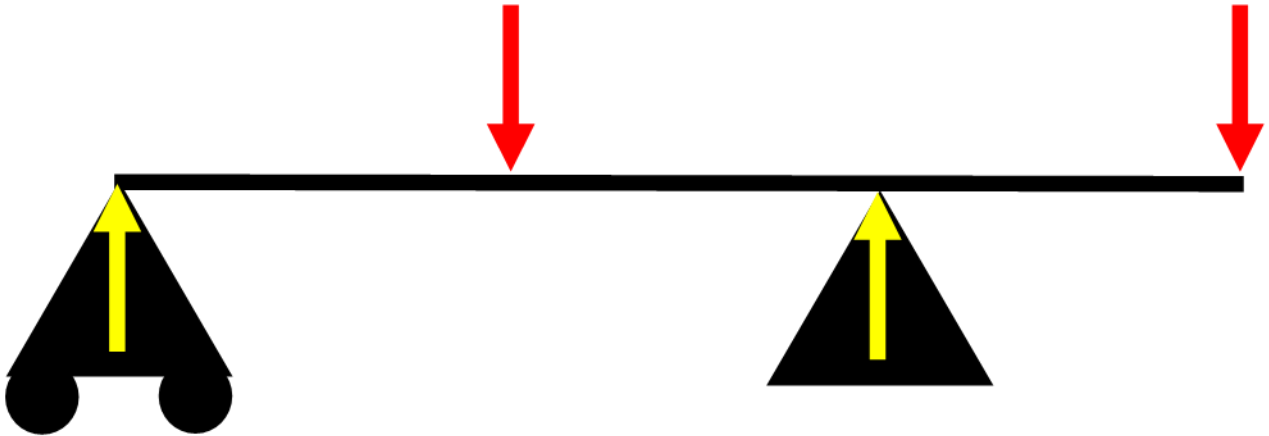
Si nota che infittendo la mesh il valore della sollecitazione nella zona del carrello migliora, mentre quello nella zona dell'appoggio peggiora.

CONCLUSIONI SULLA TRAVE 2:

Il problema principale riscontrato nella modellizzazione in Inventor riguarda l'applicazione dei vincoli; tale problematica risulta essere più gravosa rispetto a quella dell'applicazione delle forze (trave 1) dal punto di vista di scostamento dalle condizioni di idealità del calcolo teorico. Tale fatto è da addurre alla tridimensionalità del modello nel software che comporta la necessità di vincolare la trave con 4 vincoli (mentre nel caso teorico ce ne sono 1 del carrello + 2 dell'appoggio = 3). Lo scostamento dall'idealità può essere migliorato infittendo la mesh; restano comunque errori percentuali non trascurabili, soprattutto localmente ove si è applicato il vincolo in più.

TRAVE 3:

Abbiamo analizzato una trave simmetrica con carrello ad un'estremità, un appoggio, due forze di cui una applicata all'altra estremità.



I valori usati sono gli stessi del caso precedente:

- Diametro $d = 2 \text{ mm}$,
- Lunghezza totale $L_1 = 60 \text{ mm} = 3a$, ovvero $a = 20 \text{ mm}$.
- Materiale: lega d'acciaio
- Intensità delle forze: 6 N .

Le grandezze sono ancora tali da restare in campo elastico.

FORZE E VERIFICA STATICA TEORICI CALCOLATI:

Dall'equilibrio alla rotazione nei punti di applicazione dei vincoli risulta:

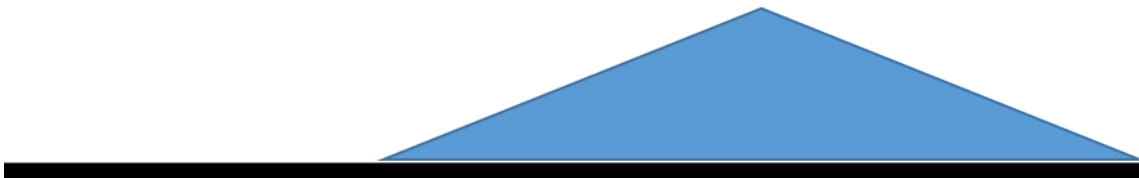
$$R_1 = \text{reazione del carrello} = 0 \text{ N}$$

$$R_2 = \text{reazione dell'appoggio} = 2F = 12 \text{ N}$$

TAGLIO:



MOMENTO:



$$M_{fl\ massimo} = Fa = 120\ N$$

La sezione più sollecitata è in corrispondenza dell'appoggio, il punto più sollecitato è quello in alto. Come nel caso precedente:

$$\sigma_{fl} = \frac{M_{fl}}{\frac{\pi d^3}{32}} = 152\ MPa$$

Applicando il criterio di Von-Mises:

$$\sigma_{VM} = \sigma_{fl} = 152\ MPa \leq \frac{R_{sn}}{\eta} = \frac{250\ MPa}{\eta}$$

Risulta $\eta = 1,6$.

FORZE E VINCOLI IN INVENTOR:

Ho messo insieme le soluzioni adottate nelle prime due travi.

- Nell'estremità di sinistra: fissaggio lungo l'asse y (verticale) applicato o alla circonferenza (intersezione tra mantello cilindrico della trave e del piano secante la trave alla sua estremità) o alla sezione circolare (intera estremità). I risultati non cambiano.
- Nella sezione a 20 mm dall'estremità sinistra: forza centrata nella sezione sottile ricavata con due piani secanti la trave (offset da piano, dividi).
- Nella sezione a 20 mm dall'estremità destra: offset da piano, dividi, fissaggio triplo applicato alla circonferenza.
- Nell'estremità di destra: forza centrata.

MESH:

	Teoria	Inventor	Inventor	Inventor
Mesh		0,9	0,1	0,01
Reazione vincolare appoggio (N)	12	10,15	10,15	10,14
Errore percentuale tra reazione vincolare teorica e in inventor		-0,1541	-0,15417	-0,155
Reazione vincolare carrello (N)	0	1,852	1,852	1,853
Prima sollecitazione principale massima (MPa)	152	256,5	256,5	260,6
Errore percentuale tra prima soll. Princ. Teorico e in inventor		0,6875	0,6875	0,714474

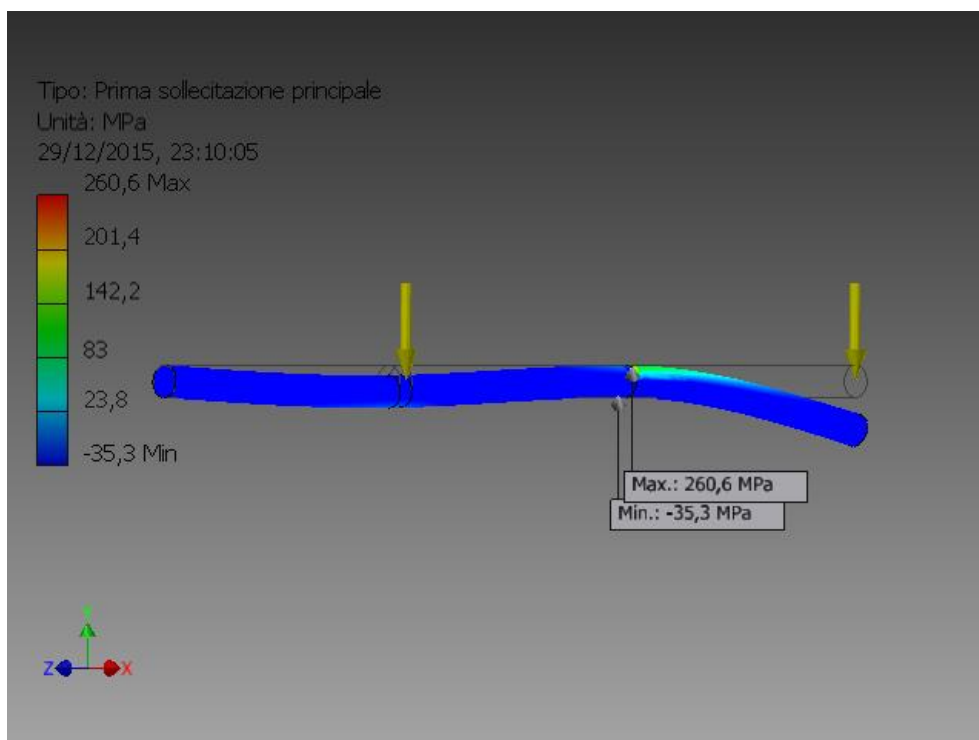
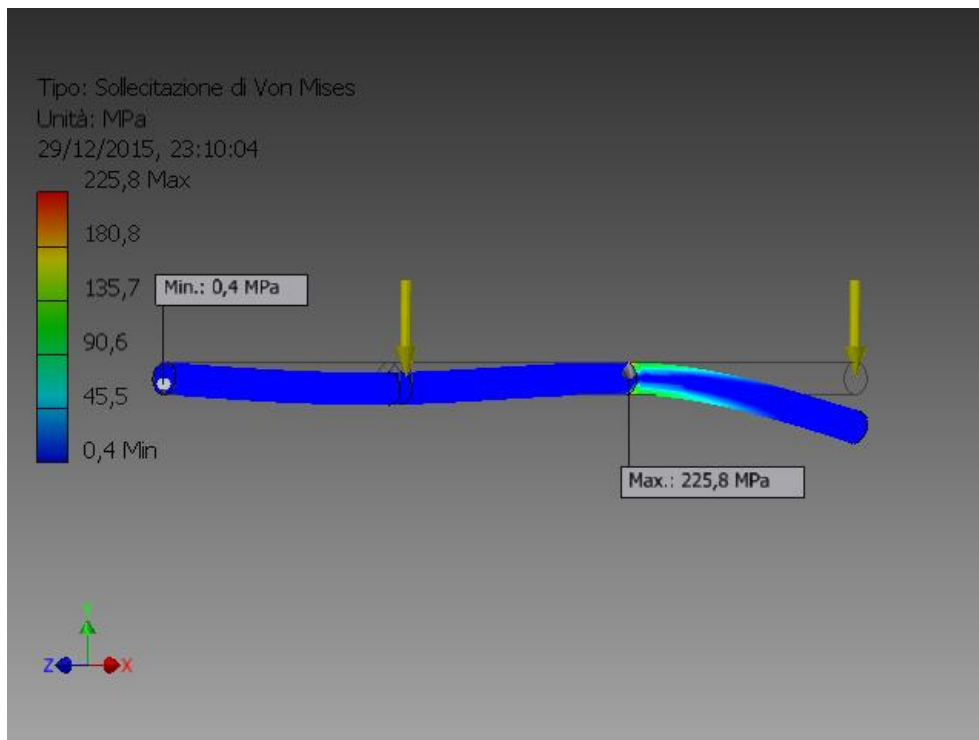
Sono riportati i risultati con la seguente mesh:

Dimensione media elemento (frazione del diametro modello)	0,01
Dimensione minima elemento (frazione della dimensione media)	0,2
Fattore di gradazione	1,5
Angolo di rotazione massimo	60 gr
Crea elementi mesh curvi	Sì

RISULTATI CON INVENTOR: REAZIONI VINCOLARI (confronto con reazioni teoriche calcolate)

Nome vincolo	Forza di reazione		Momento di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo di fissaggio:1	1,85306 N	0 N	0,0000120266 N m	-0,00000164724 N m
	Reazione teorica:	1,85306 N		0 N m
	0 N	0 N		-0,0000119132 N m
Vincolo di fissaggio:2	10,1428 N	0 N	0,0740887 N m	0,0740887 N m
	Reazione teorica:	10,1428 N		0 N m
	12 N	0 N		0 N m

VON MISES E PRIMA SOLLECITAZIONE PRINCIPALE:



$\sigma_{teorica} = 152 \text{ MPa}$

$\sigma_{massima \text{ inventor}} = 260,6 \text{ MPa}$ nella sezione vincolata con carrello

Trave 3 tentativo due:

L'unica differenza è:

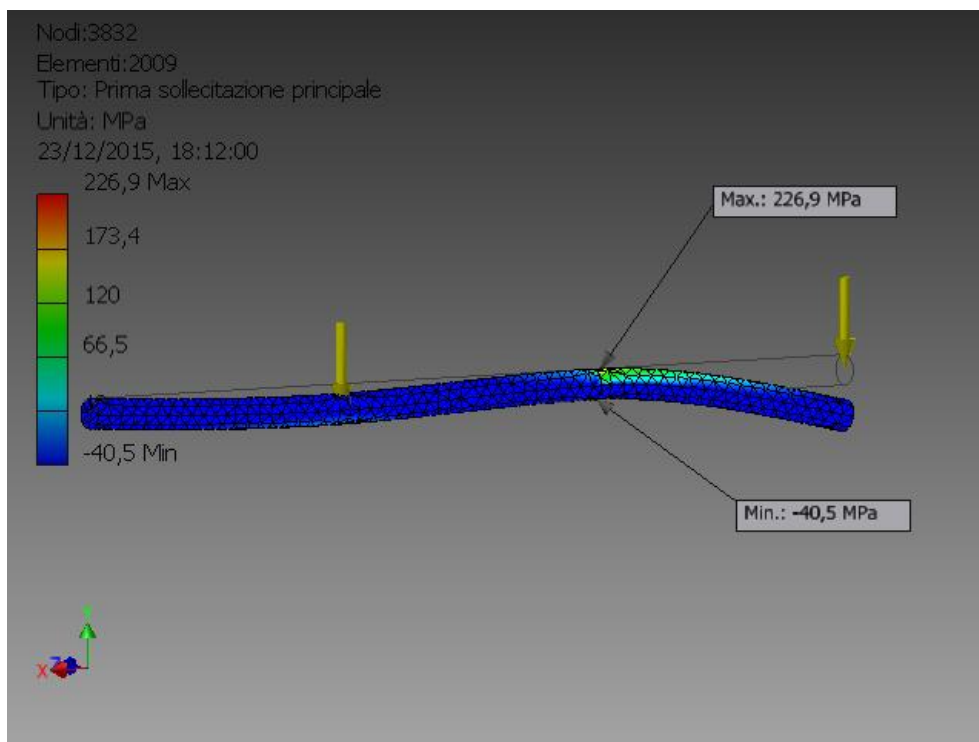
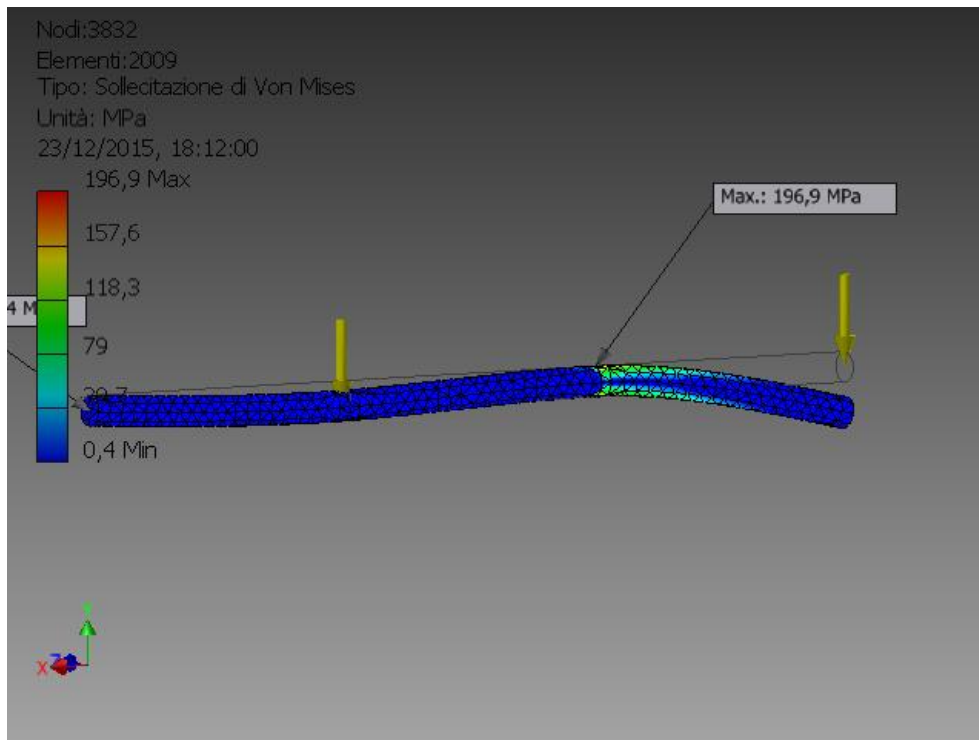
- Nella sezione a 20 mm dall'estremità destra: offset da piano, dividi, fissaggio triplo applicato alla circonferenza.

RISULTATI CON INVENTOR: REAZIONI VINCOLARI (confronto con reazioni teoriche calcolate)

Nome vincolo	Forza di reazione		Momento di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo di fissaggio:2	10,1371 N	0 N	0,0742294 Nm	0 Nm
	Risultato teorico:	10,1371 N		0 Nm
	18 N	0 N		-0,0742294 Nm
Vincolo di fissaggio:1	1,8531 N	0,00475708 N	0,00000765944 Nm	0,00000541165 Nm
	Risultato teorico:	1,85309 N		-0,000000707614 Nm
	0 N	0 N		-0,00000537405 Nm

Si tratta pertanto di risultati quasi uguali a quelli del tentativo 1.

VON-MISES E PRIMA SOLLECITAZIONE PRINCIPALE:



$\sigma_{teorica} = 152 \text{ MPa}$

$\sigma_{massima \text{ invento}} = 226,9 \text{ MPa}$ nella sezione vincolata con carrello

Sono risultati leggermente migliori del tentativo 1.

MESH:

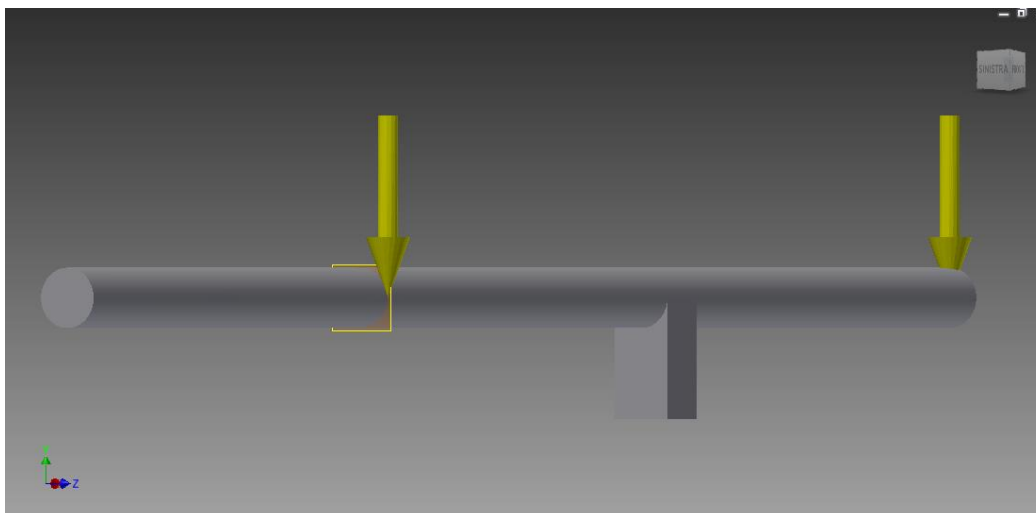
Dimensione media elemento (frazione del diametro modello)	Valori teorici	0,1	0,01	0,007	0,005	0,0025
Forze di reazione nel carrello	0 N	1,8531 N	1,852 N	1,848 N	1,839 N	1,824 N
Forze di reazione nell'appoggio	12 MPa	10,1371N	10,15 N	10,15 N	10,16 N	10,18 N
Prima sollecitazione principale vicino all'appoggio	152 MPa	226,9 MPa	259,2 MPa	308,5 MPa	446,7 MPa	879,4 MPa

Si può notare che infittendo la mesh le forze di reazione migliorano mentre il valore della sollecitazione massima peggiora, in quanto aumentano le tensioni fittizie introdotte dal vincolo triplo (che si discosta dalle ipotesi ideali del calcolo teorico).

Trave 3 tentativo tre:

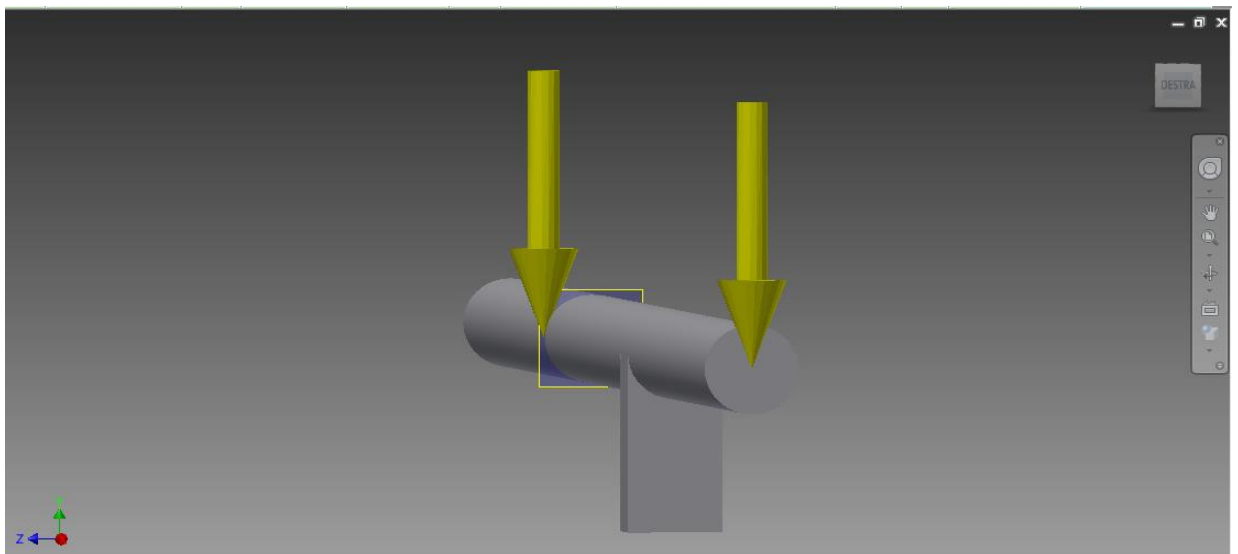
FORZE E VINCOLI IN INVENTOR:

In questo esempio è riportata la simulazione ottenuta con un appoggio costruito fisicamente in Inventor.



In particolare la costruzione adottata è quella descritta in seguito:

- Nell'estremo a sinistra (carrello, forza di reazione A): ho messo semplicemente un piano; poi nell'intersezione tra piano secante e trave ho messo un vincolo di fissaggio lungo l'asse y (verticale). Ho provato anche a mettere un vincolo privo di attrito ma era meno corretto in quanto, per definizione, in Inventor tale funzione impedisce lo spostamento di una forza nella direzione ortogonale alla faccia stessa (pertanto impedirebbe lo spostamento lungo l'asse x, ovvero lungo l'asse della trave).
- Nell'estremità di destra: ho messo un piano e applicato una forza centrata di -6 N lungo l'asse y. Tale forza viene visualizzata automaticamente come applicata nell'asse della trave.
- Nel punto di applicazione della forza a 20 mm dall'estremo sinistro: offset da piano, funzione "dividi", applicazione della forza centrata di -6 N lungo l'asse y. Ho avuto dei problemi perché la forza così visualizzata cade sul mantello della trave, pertanto pensavo che non andasse bene e ho tentato in molti modi di applicarla sull'asse della trave. (In questo caso è posizionata sul mantello nella parte laterale, mentre in altri casi cadeva in altre posizioni ma sempre sulla circonferenza intersezione tra il piano secante e il mantello.)



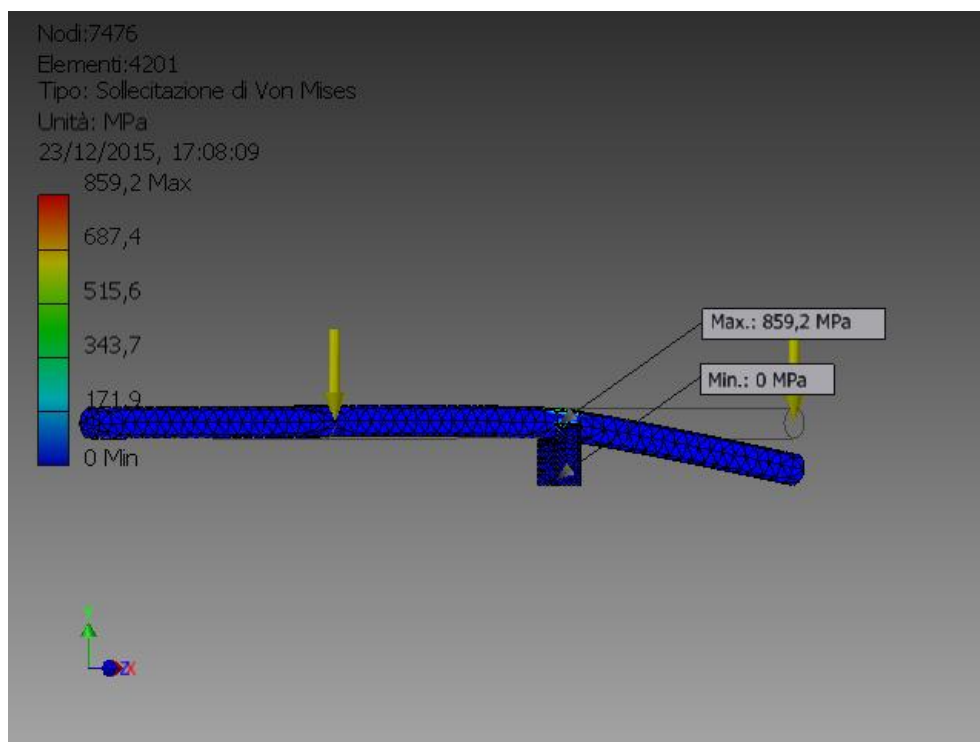
Tuttavia non credo servisse (richiede inoltre abbastanza tempo farlo) in quanto non ho momento torcente anche lasciandola forza così come presentato in questa simulazione (si veda la tabella con le forze di reazione risultanti).

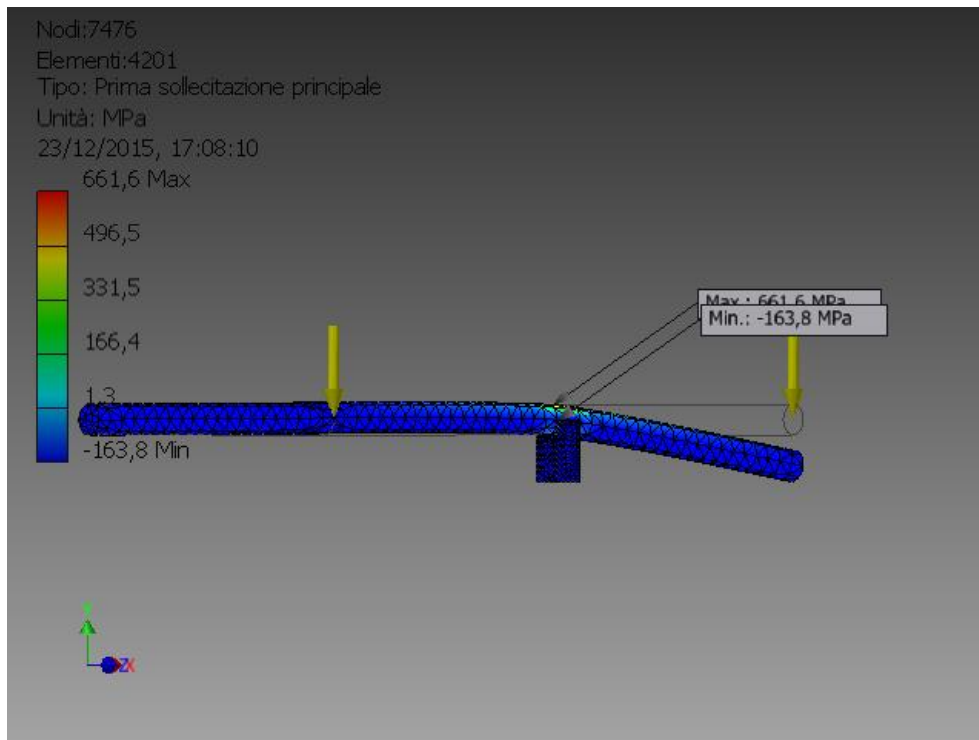
- Vediamo ora la costruzione del vincolo dell'appoggio. Innanzitutto bisogna premettere che ho costruito un cilindretto a base rettangolare, di 2 mm di spessore e 4 mm di altezza a partire dall'asse della trave. Sulla base libera (quella inferiore) del supporto ho messo un piano e sulla sezione rettangolare risultante un fissaggio triplo (assi x,y,z). Questa soluzione porta a delle sovratensioni nel punto più sollecitato della trave (in corrispondenza dell'appoggio, nella parte superiore della trave), però permette di avere buoni risultati per quanto riguarda le reazioni vincolari.

RISULTATI CON INVENTOR: REAZIONI VINCOLARI (confronto con reazioni teoriche calcolate)

Nome vincolo	Forza di reazione		Momento di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo di fissaggio:1	0,0728987 N Risultato teorico: 0 N	-0,0247423 N	0,0000268804 N m	-0,0000253815 N m
		0,0683905 N		-0,00000854432 N m
		0,00497666 N		0,00000230922 N m
Vincolo di fissaggio:2	11,8618 N Risultato teorico: 12 N	0 N	0,00399048 N m	-0,0000441474 N m
		11,8618 N		-0,0000427469 N m
		0,00627109 N		0,00399001 N m

VON-MISES E PRIMA SOLLECITAZIONE PRINCIPALE:

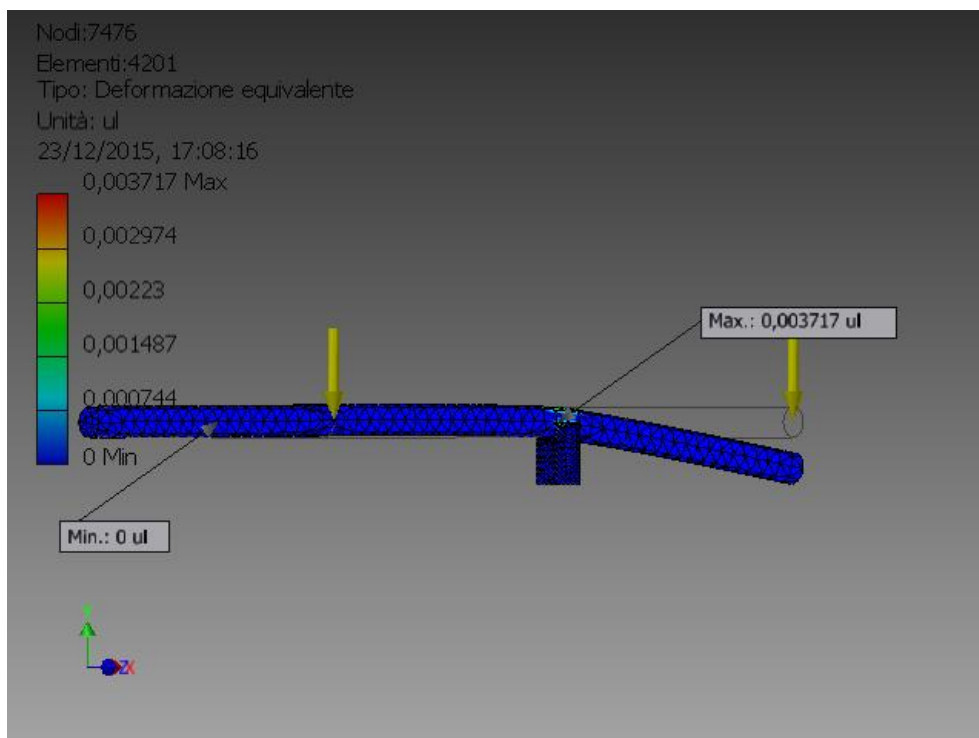




$\sigma_{teorica} = 152 \text{ MPa}$

$\sigma_{massima \text{ inventor}} = 661,6 \text{ MPa}$ nella sezione vincolata con carrello

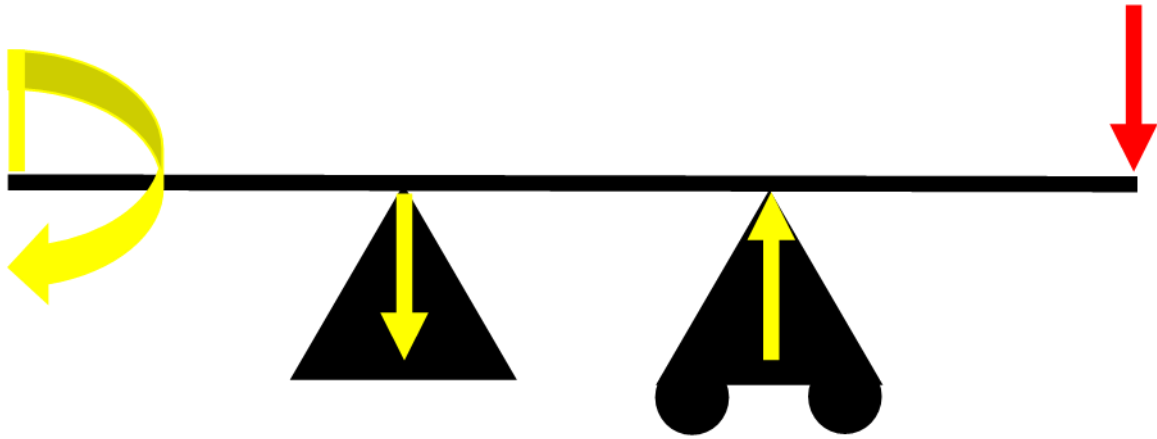
DEFORMATA EQUIVALENTE:



Il problema principale di questa simulazione è appunto nella deformata che si ottiene: manca la deformazione in corrispondenza della forza a sinistra e la deformazione a destra è eccessiva.

TRAVE 4:

Abbiamo analizzato una trave simmetrica con appoggio, carrello e due forze applicate alle estremità.



I valori usati sono:

- Diametro $d = 2 \text{ mm}$,
- Lunghezza totale $L_1 = 60 \text{ mm}$,
- Distanza tra ogni estremo e il vincolo più vicino $L_2 = a = 20 \text{ mm}$.
- Materiale: lega d'acciaio
- Intensità delle forze: 6 N , del momento: 100 Nmm .

Le grandezze sono state scelte in modo da restare in campo elastico, come si vede in seguito.

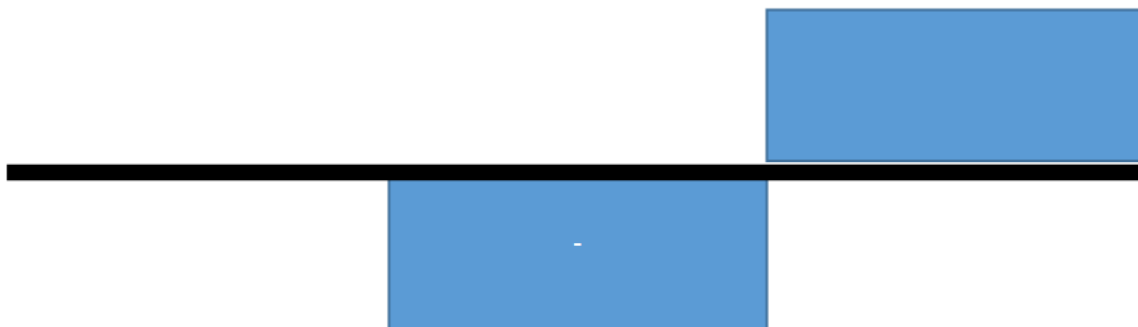
FORZE E VERIFICA STATICA TEORICI CALCOLATI:

Dall'equilibrio alla rotazione nei punti di applicazione dei vincoli risulta:

$$R_1 = \text{reazione dell'appoggio} = F + \frac{M}{a} = 11 \text{ N}$$

$$R_2 = \text{reazione del carrello} = 2F + \frac{M}{a} = 17 \text{ N}$$

TAGLIO:



MOMENTO:



$$M_{fl} \text{ massimo} = \text{in corrispondenza del carrello} = Fa = 120 \text{ N}$$

Si studia la sezioni più sollecitata, scegliendo (ad esempio) una immediatamente a destra del carrello, vista da destra. In entrambe queste due sezioni (circolari) ho analizzato i 5 cubetti caratteristici (4 sulla circonferenza e una centrale). **Il punto più sollecitato risulta quello nella parte superiore della trave:**

$$\sigma_{fl} = \frac{M_{fl}}{\frac{\pi d^3}{32}} = 152 \text{ MPa}$$

Applicando il criterio di Von-Mises, si ottiene immediatamente

$$\sigma_{VM} = \sigma_{fl} = 152 \text{ MPa}$$

Ponendo

$$\sigma_{VM} \leq \frac{R_{sn}}{\eta} = \frac{250 \text{ MPa}}{\eta}$$

Risulta $\eta = 1,6$.

FORZE E VINCOLI IN INVENTOR:

Ho messo insieme le soluzioni adottate nelle prime due travi.

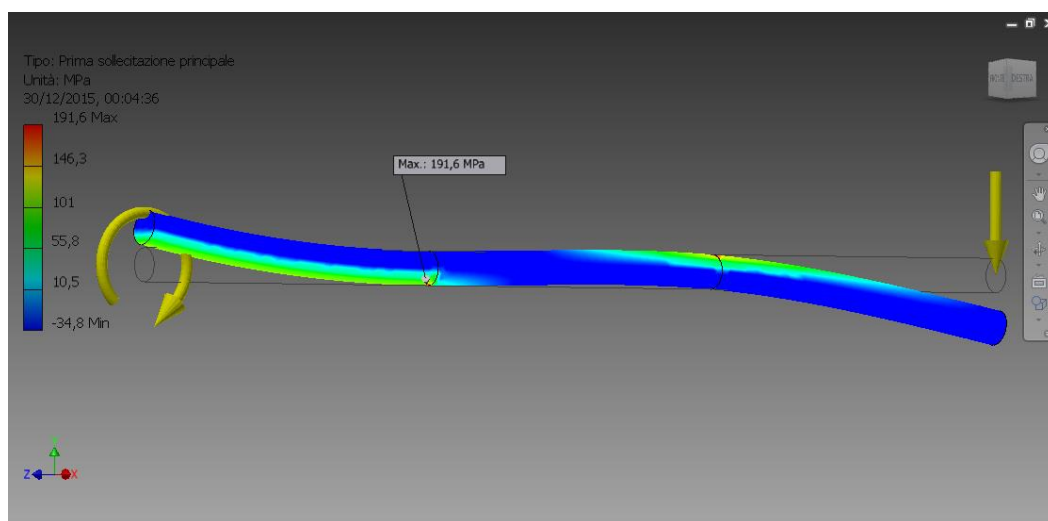
- Nell'estremità di sinistra: momento.

- Nella sezione a 20 mm dall'estremità sinistra: fissaggio lungo l'asse y (verticale) applicato alla circonferenza.
- Nella sezione a 20 mm dall'estremità destra: offset da piano, dividi, fissaggio triplo applicato alla circonferenza.
- Nell'estremità di destra: forza centrata.

MESH:

	Teoria	Inventor	Inventor	Inventor	Inventor	Inventor
Mesh		0,1	0,08	0,05	0,02	0,01
Reazione vincolare appoggio (N)	11	8,997	8,997	8,997	9,029	9,022
Errore percentuale tra reazione vincolare teorica e in inventor		-0,18209	-0,18209	-0,18209	-0,17918	-0,17982
Reazione vincolare carrello (N)	17	15,02	15,02	15,02	15,02	15,02
Prima sollecitazione principale massima (MPa)	152	193,9	193,9	193,9	178,8	191,6
Errore percentuale tra prima soll. Princ. Teorico e in inventor		0,275658	0,275658	0,275658	0,176316	0,260526

Riportiamo i risultati ottenuti con la mesh con dimensione media dell'elemento 0,02, in quanto con 0,01 succede che la sezione con sollecitazione massima risulta essere quella in corrispondenza dell'appoggio:

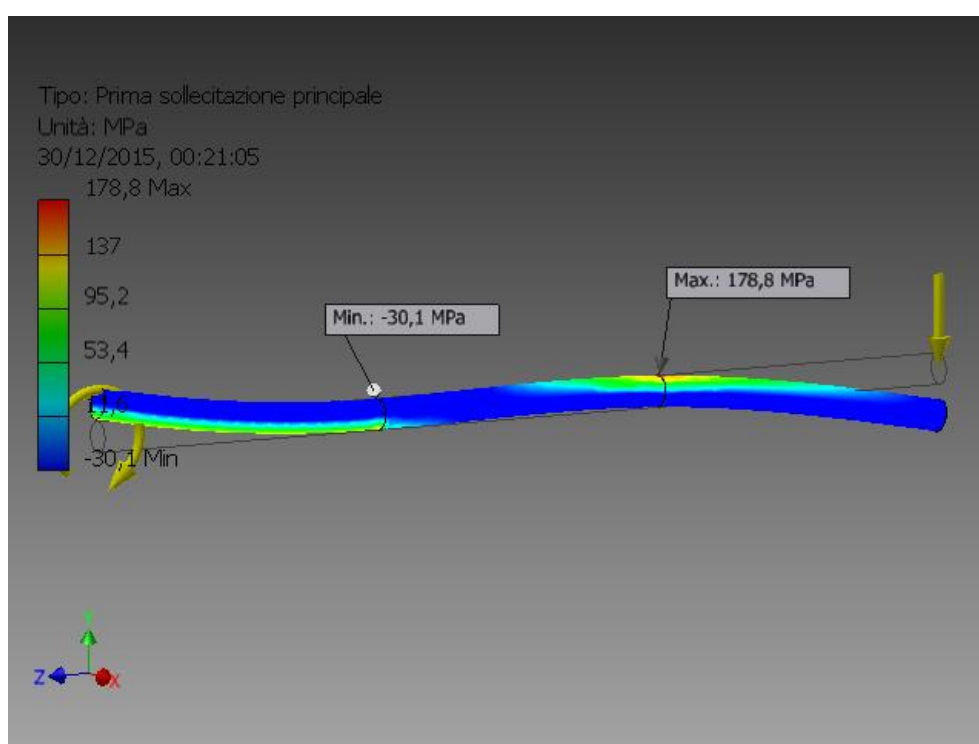


RISULTATI CON INVENTOR: REAZIONI VINCOLARI (confronto con reazioni teoriche calcolate)

Nome vincolo	Forza di reazione		Momento di reazione	
	Intensità	Componente (X,Y,Z)	Intensità	Componente (X,Y,Z)
Vincolo di fissaggio:1	9,02917 N	0 N	0,0395552 N m	0,0395552 N m
		-9,02917 N		0 N m

	Reazione teorica: 11 N	0 N		0 N m
Vincolo di fissaggio:2	15,0177 N	0 N	0,0000158621 N m	0 N m
	Reazione teorica:	15,0177 N		0 N m
	17 N	0 N		-0,0000158621 N m

VON-MISES E PRIMA SOLLECITAZIONE PRINCIPALE:



$\sigma_{teorica} = 152 \text{ MPa}$

$\sigma_{inventor} = 155,436 \text{ MPa}$

Tutti i risultati ottenuti con questa simulazione si possono ritenere soddisfacenti.

CONCLUSIONI TRAVE 4:

Usando quanto dedotto dalle travi precedentemente studiate si ottengono risultati soddisfacenti con una simulazione facile e veloce da costruire.

ESERCITAZIONE 2:

LASTRE FORATE

Si studia una lastra quadrata forata di dimensioni 100*100 mm e spessore 5 mm. Il foro è circolare e il diametro è un parametro che assume i valori di:

- $0,2 \cdot l = 20 \text{ mm}$
- $0,5 \cdot l = 50 \text{ mm}$
- $0,9 \cdot l = 90 \text{ mm}$.

Lo studio è stato condotto in 2 casi diversi di forze applicate sul lato opposto a quello vincolato:

- caso 1: forza di trazione
- caso 2: spostamento

Si ricorda che tutti i casi studiati sono in **campo elastico** in quanto la teoria utilizzata per i risultati teorici non vale in campo plastico. Le altre ipotesi utilizzate per i risultati teorici sono **lastra infinita e 2D** e **materiale omogeneo**.

TABELLA PARAMETRICA, VINCOLI E MATERIALE UTILIZZATI IN INVENTOR:

Per valutare tutti i casi senza rifare il modello geometrico al variare del diametro, si è utilizzata la **tabella parametrica** (gestione > crea simulazione > obiettivo di progetto: quota parametrica) con valori di parametro 20; 50; 90 mm. Si ricorda che per questa operazione è necessario scegliere precedentemente «mostra parametri (parametro: diametro foro)» in «estrazione».

I **vincoli** utilizzati sono:

- fissaggio lungo y della faccia (spessore) in quella direzione,
- fissaggio lungo z dello spigolo in direzione x,
- fissaggio lungo x dello spigolo in direzione z.

In tutti i casi si è utilizzata una **lega d'acciaio** di proprietà:

Generale	Densità della massa	7,85 g/cm ³
	Resistenza allo snervamento	250 MPa
	Resistenza massima a trazione	400 MPa
Sollecitazione	Modulo di Young	205 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	78,8462 GPa

CASO 1: FORZA DI TRAZIONE

Si applica una forza di trazione di 10 N sul lato opposto a quello con i vincoli.

RISOLUZIONE TEORICA:

Si calcola la tensione teorica:

$$\sigma_t = K_t * \sigma_n$$

dove

$$K_t = 2 + \left(1 - \frac{d}{l}\right)^3$$

$$\sigma_n = \frac{F}{A_{resistente}} = \frac{F}{(l - d) * s}$$

	<i>d=20 mm</i>	<i>d=50 mm</i>	<i>d=90 mm</i>
<i>K_t</i>	2,512	2,125	2,001
<i>A_{resistente}</i> <i>(mm²)</i>	400	250	50
<i>σ_n</i> (MPa)	0,025	0,04	0,2
<i>σ_t</i> (MPa)	0,0628	0,085	0,4002

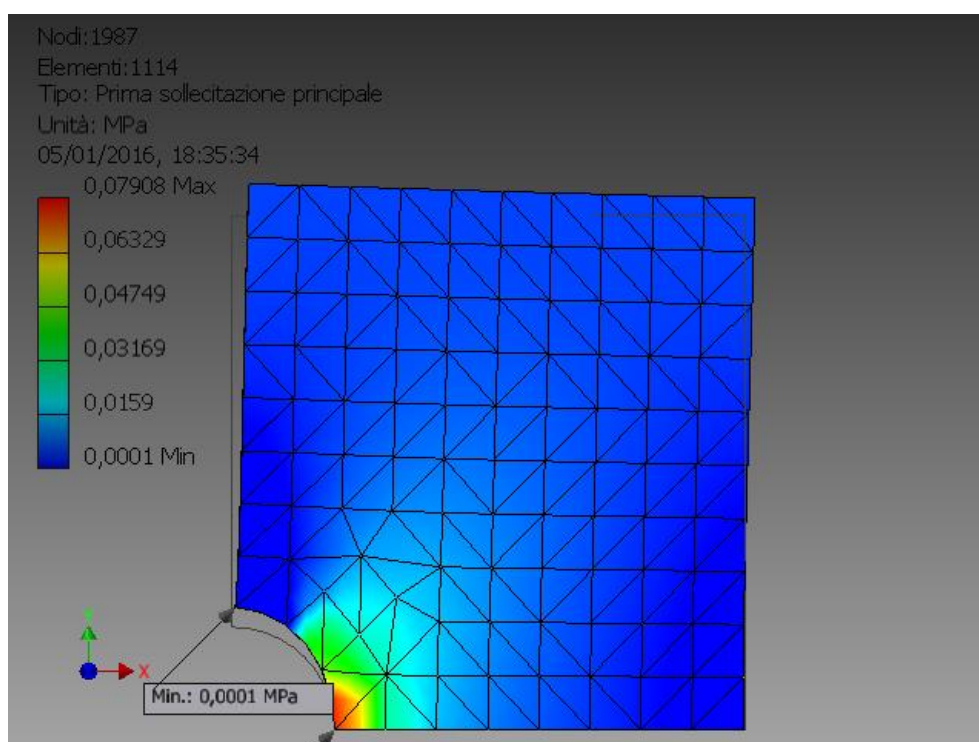
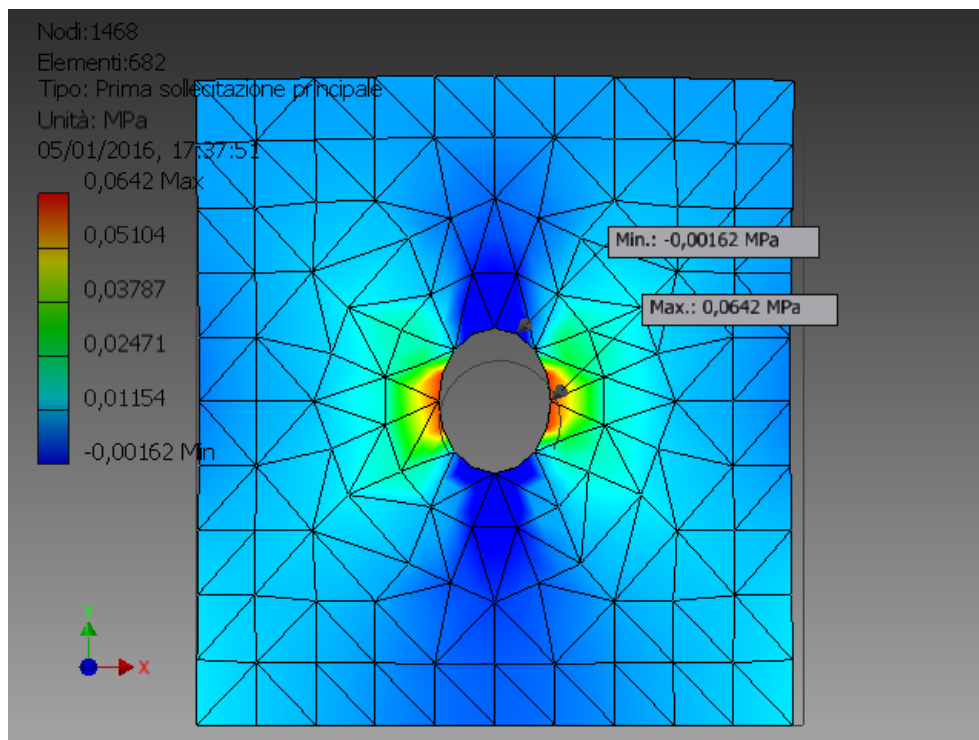
RISULTATI CON INVENTOR:

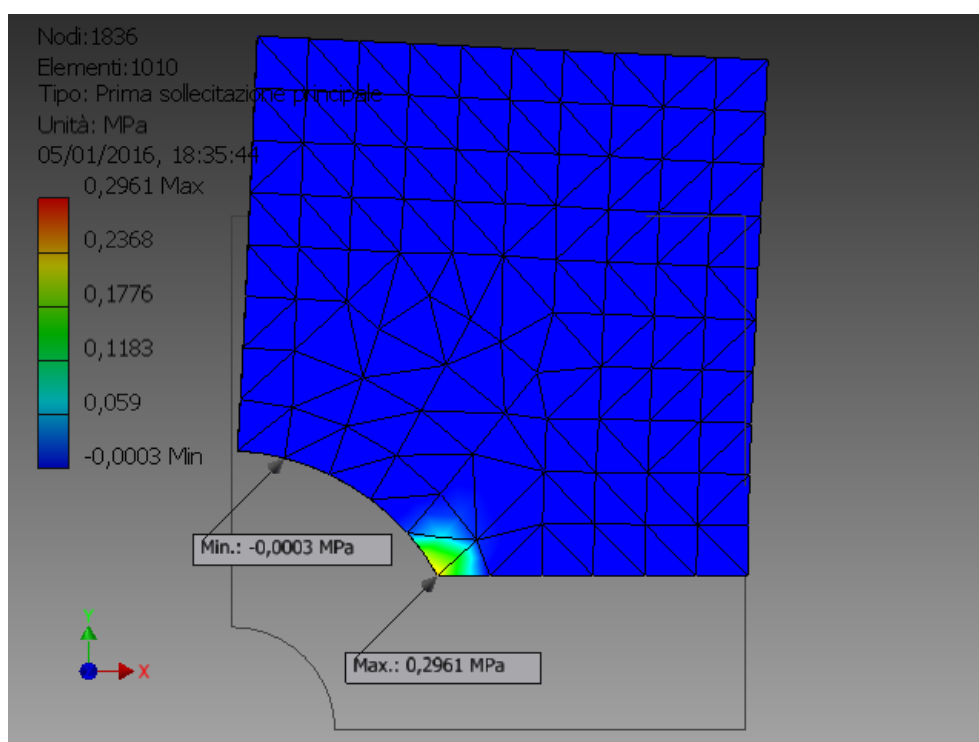
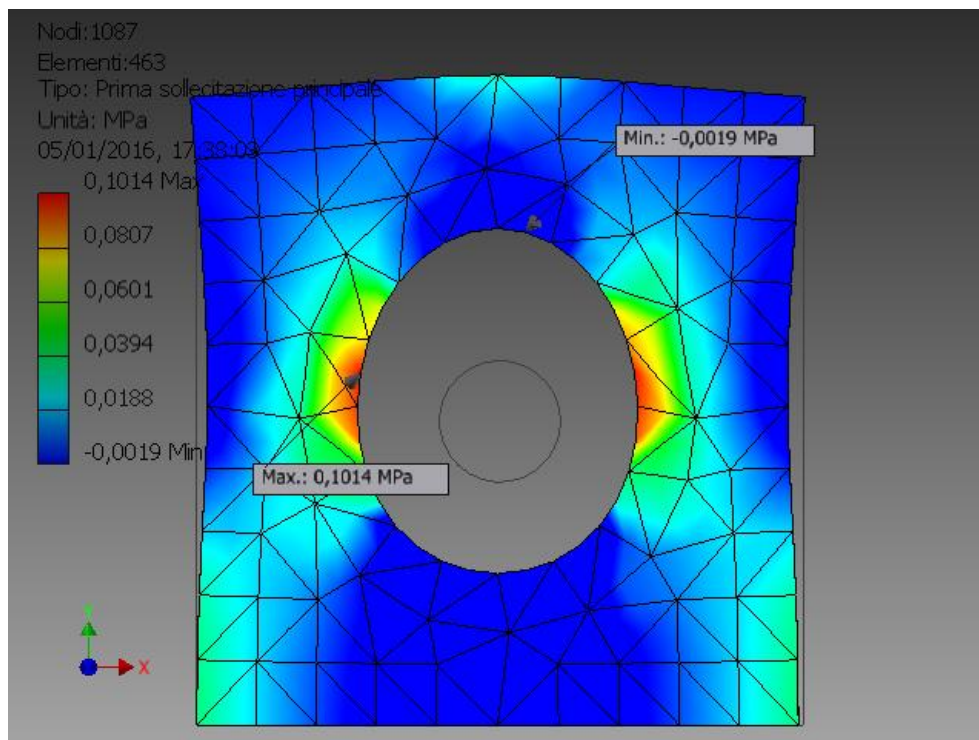
Sfruttando la simmetria del problema, si è fatta anche la simulazione di un quarto della lastra.

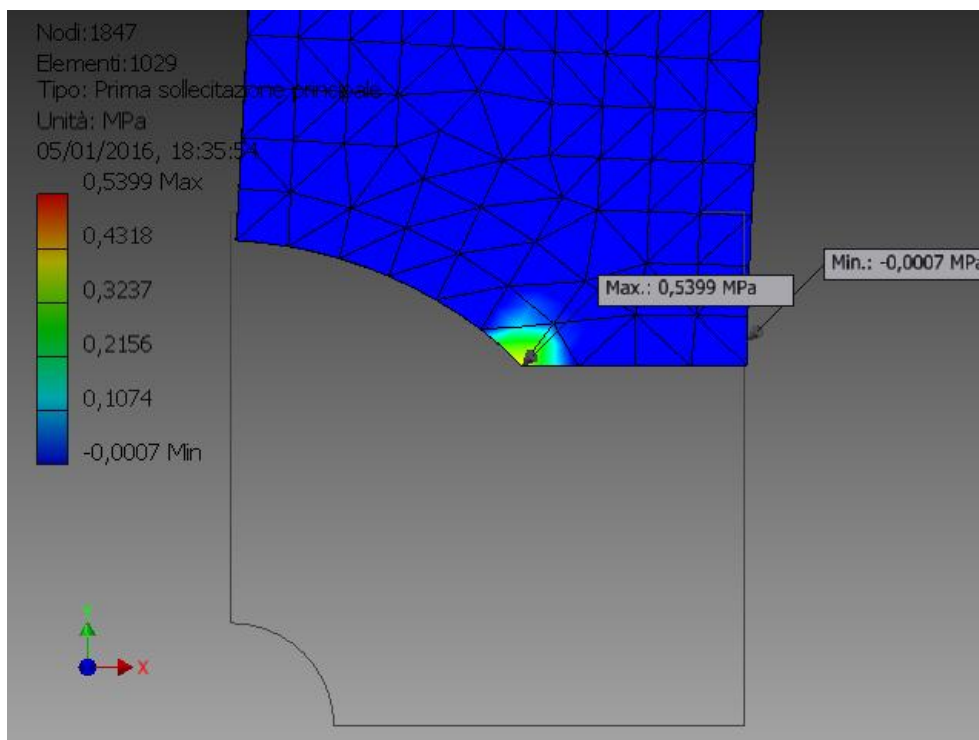
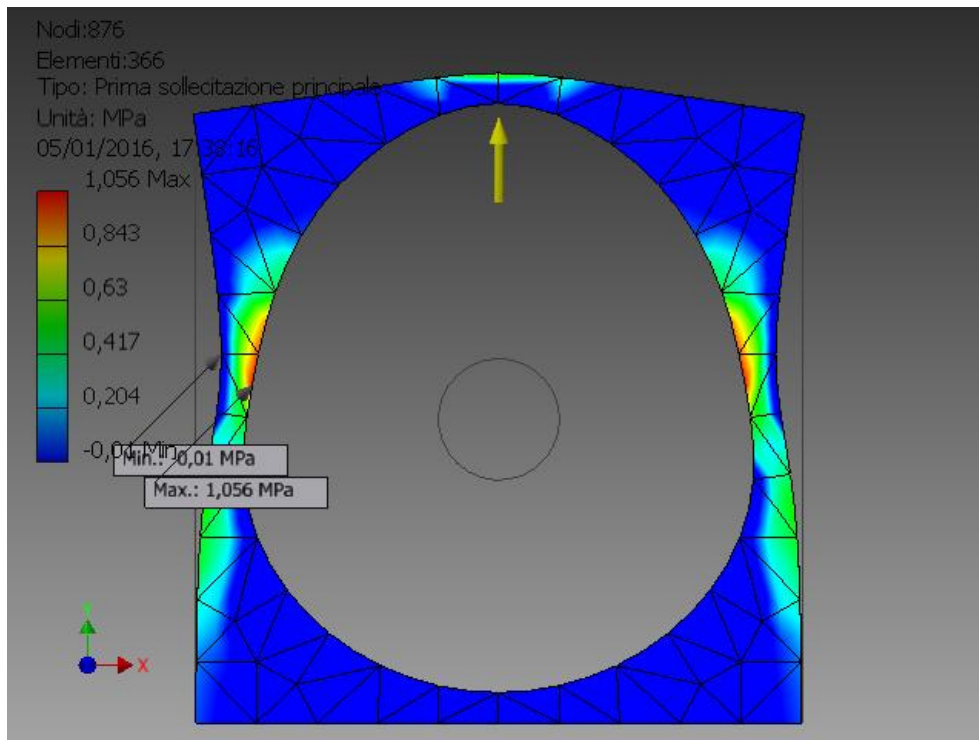
Con la mesh standard si ottengono i seguenti risultati:

	<i>d=20 mm</i>	<i>d=50 mm</i>	<i>d=90 mm</i>
<i>σ_{teorica}</i>	0,0628	0,085	0,4002
Prima sollecitazione principale massima	0,0624	0,1014	1,056
Errore percentuale	0,64%	19,3%	163%
Simulazione parziale	0,0790	0,2961	0,5399

Come si vede, i risultati sono ottimi soltanto per il foro piccolo, in quanto la teoria utilizzata idealizza il caso di lastra infinita e foro piccolo.







CONCLUSIONI:

I risultati peggiorano all'aumentare del diametro del foro. Sfruttando la simmetria, simulare soltanto un quarto della lastra permette di ottenere buoni risultati e di infittire notevolmente la mesh rispetto allo studio della lastra intera.

CASO 2: SPOSTAMENTO

Si applica uno spostamento di 1 mm nel senso della trazione precedentemente studiata applicando un vincolo di fissaggio di 1 mm lungo l'asse x nella direzione negativa (opposta al vincolo già imposto).

RISOLUZIONE TEORICA:

Si calcola la tensione teorica:

$$\sigma_t = K_t * \sigma_n$$

dove

$$K_t = 2 + \left(1 - \frac{d}{l}\right)^3$$
$$\sigma_n = \frac{F}{A_{resistente}} = \frac{F}{(l - d) * s}$$

dove la forza viene calcolata come

$$F = \sigma * A = (E * \varepsilon) * (l * s)$$

pertanto risulta:

$$\sigma_n = \frac{F}{A_{resistente}} = \frac{(E * \varepsilon) * (l * s)}{(l - d) * s}$$

dove

$$E = 205 \text{ GPa} = 205000 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{1 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = 0,01$$

$$\sigma = E * \varepsilon = 2050 \text{ MPa}$$

$$A = l * s = 500 \text{ mm}^2$$

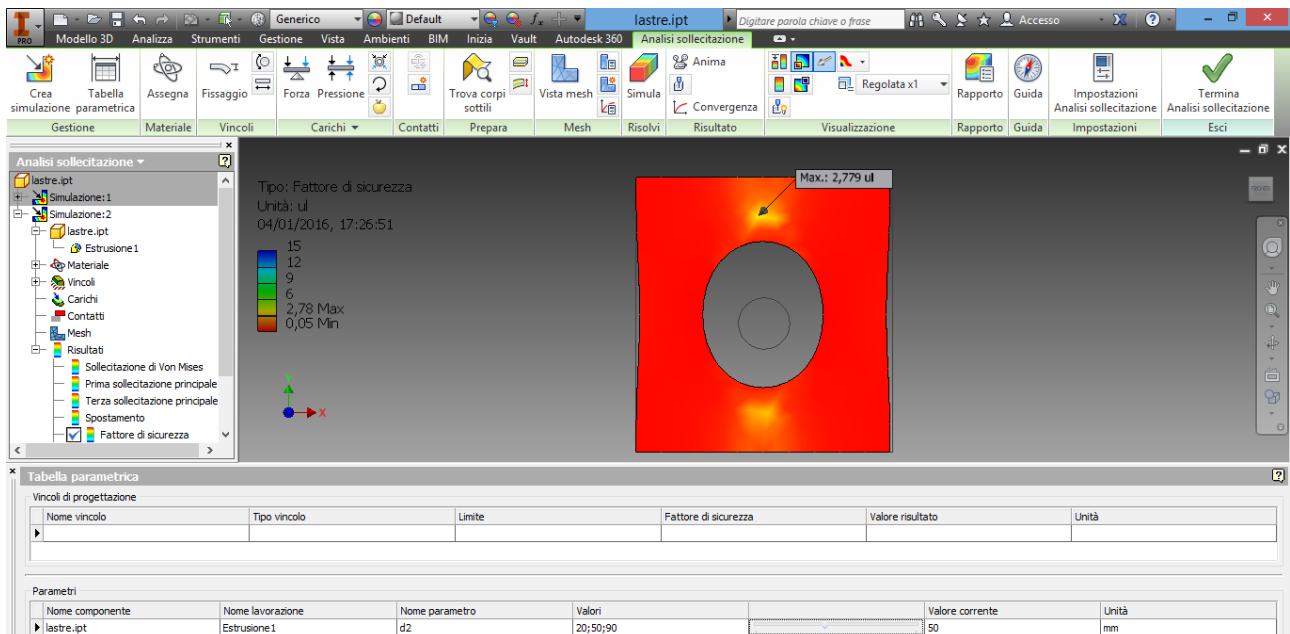
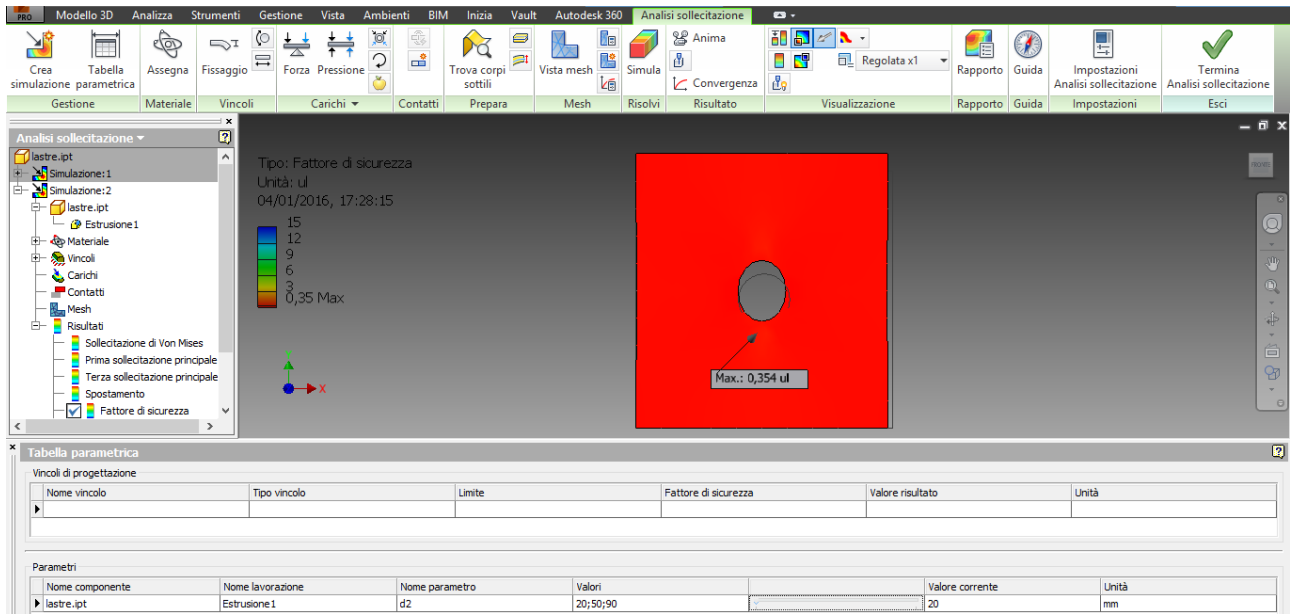
$$F = \sigma * A = 1025000 \text{ N}$$

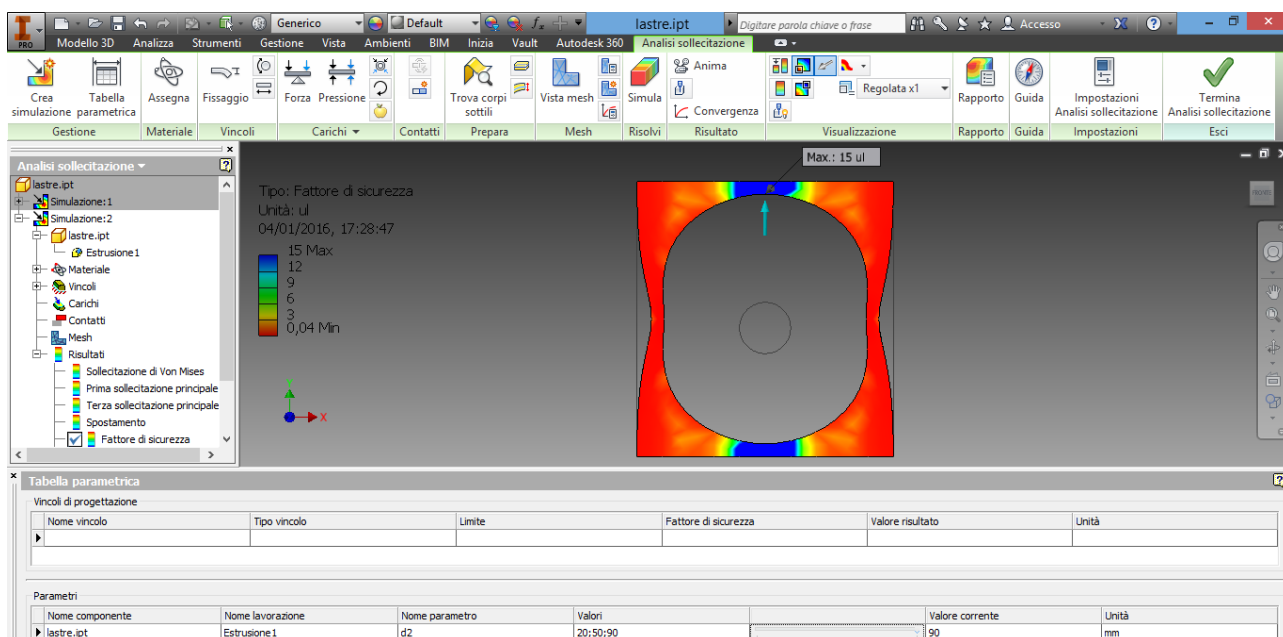
	d=20 mm	d=50 mm	d=90 mm
K_t	2,512	2,125	2,001
$A_{resistente}$ (mm²)	400	250	50
σ_n (MPa)	2562	4100	20500
σ_t (MPa)	6437	8712	41020
Resistenza allo snervamento (MPa)	250	250	250

Si nota che non si è in campo elastico pertanto i risultati ottenuti mediante tali formule non valgono più. A conferma del fatto che ci si trova oltre lo snervamento, si vedano i risultati ottenuti con Inventor relativi al fattore di sicurezza.

RISULTATI CON INVENTOR:

	<i>d=20 mm</i>	<i>d=50 mm</i>	<i>d=90 mm</i>
Prima sollecitazione principale massima (MPa)	5763	4860	5648





Ricordando che non valgono risultati teorici nel caso di plasticizzazione, si cerca il valore dello spostamento per cui si resta in campo elastico. Si tiene sempre lo stesso materiale, con resistenza allo snervamento 250 MPa.

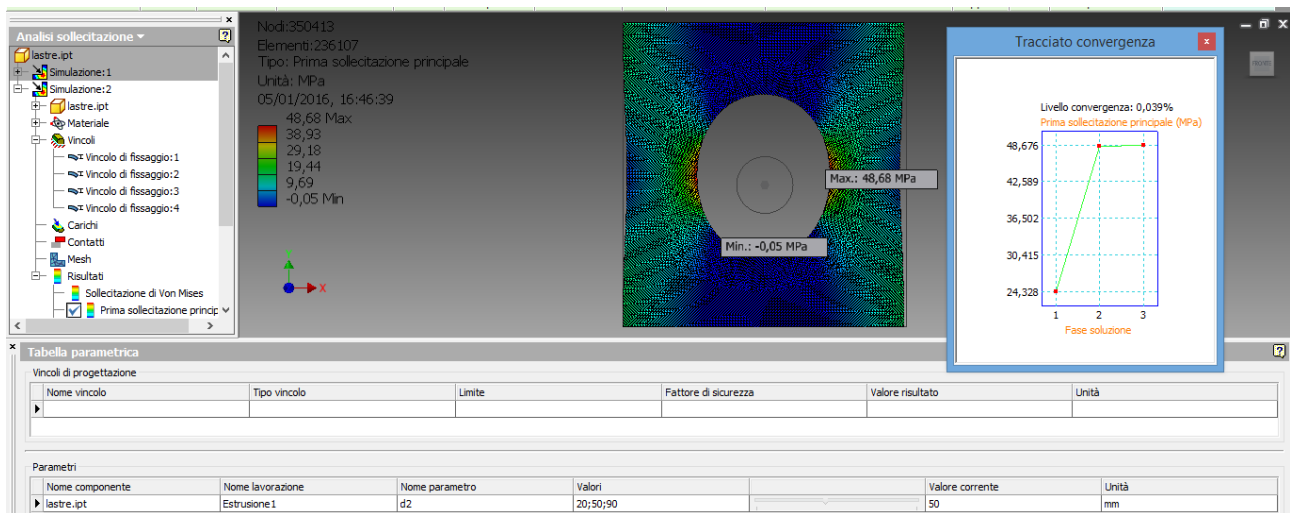
In rosso i risultati in campo plastico, in verde quelli in campo elastico, cioè quelli corretti:

Spostamento imposto		d=20 mm	d=50 mm	d=90 mm
	K_t	2,512	2,125	2,001
1 mm	σ_t (MPa)	6437	8712	41020
0,1 mm		643,7	871,2	4102,0
0,01		64,37	87,12	410,2
0,005				205,1
0,004		25,75	34,85	164,1

Siccome i risultati teorici relativi al foro di 90 mm non possono essere ritenuti corretti, si riportano in seguito i risultati per uno spostamento di 0,01 mm.

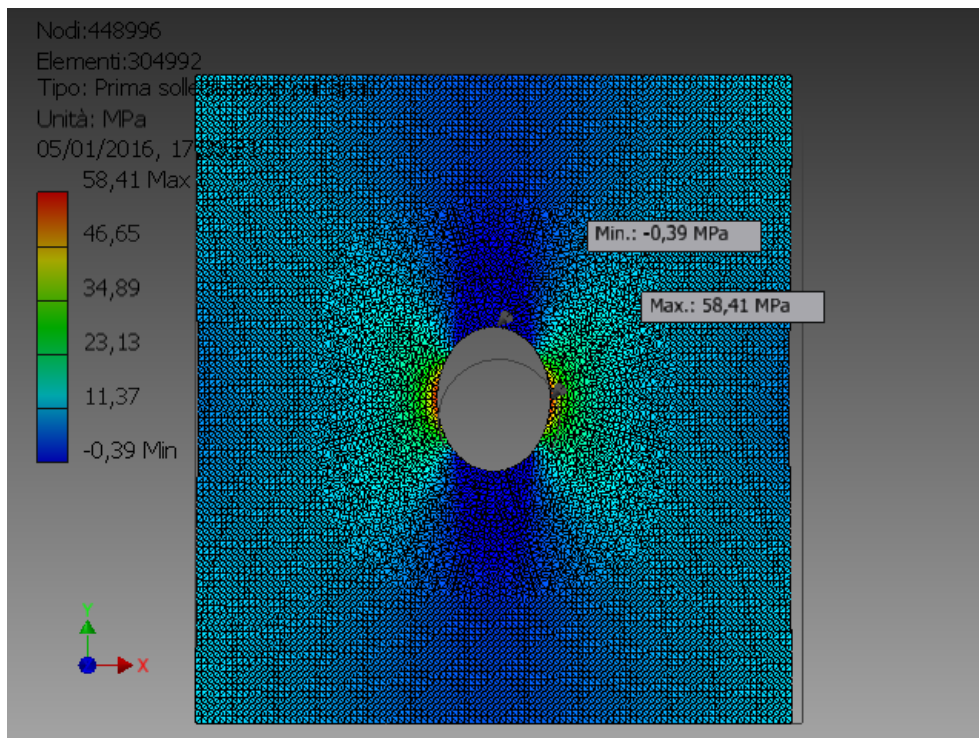
RISULTATI CON INVENTOR PER UNO SPOSTAMENTO DI 0,01 mm:

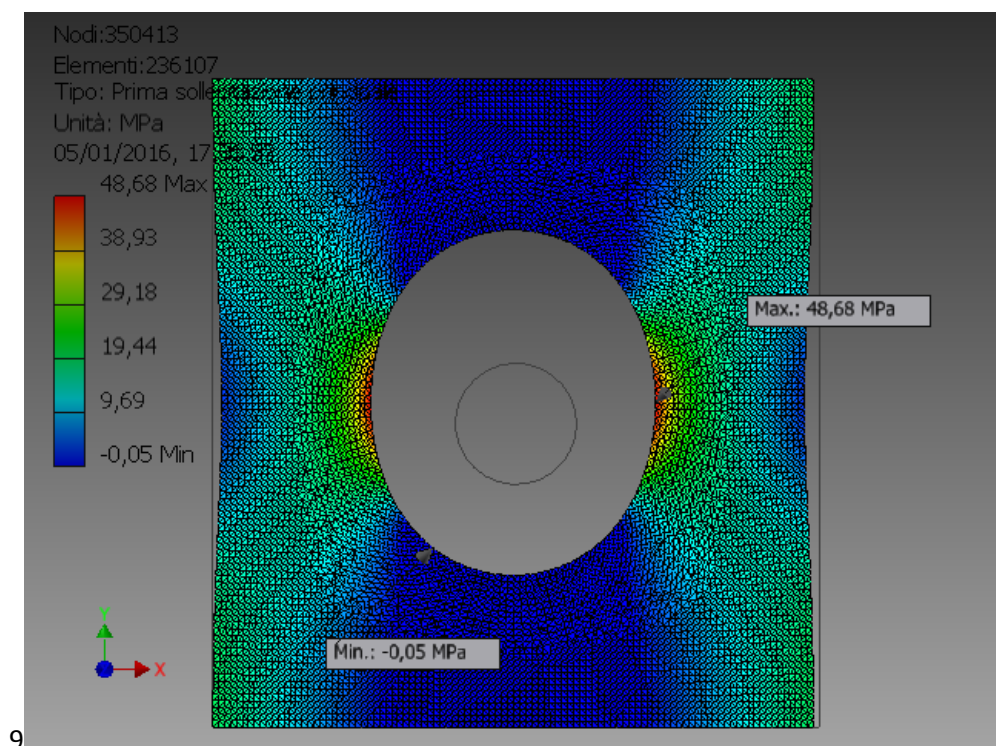
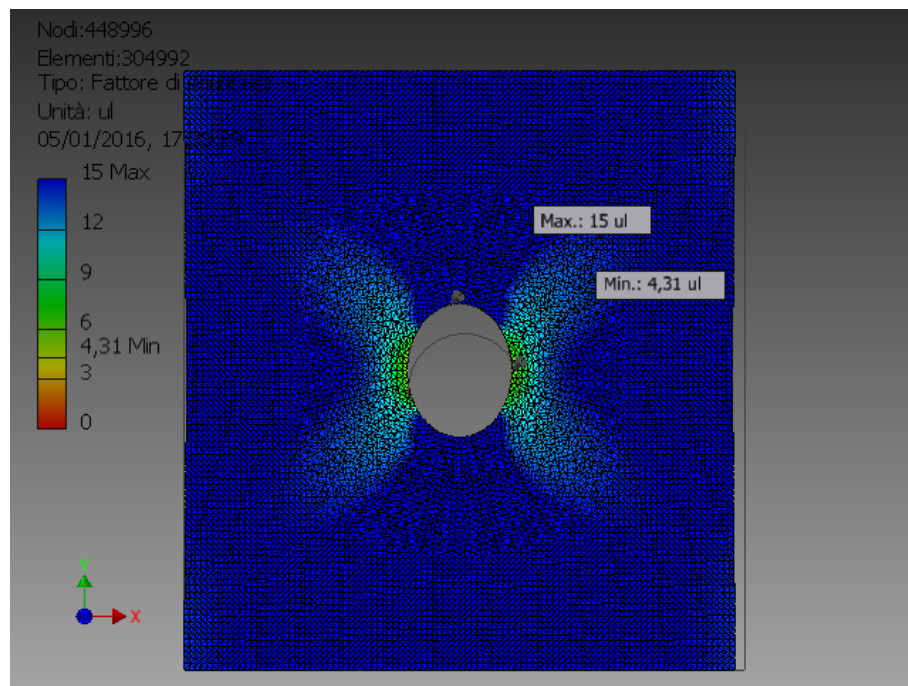
		d=20 mm	d=50 mm	d=90 mm
σ_t (MPa)		64,37	87,12	410,2
Prima sollecitazione principale massima (MPa)	Mesh standard (876 nodi)	57,63	48,6	56,48
Errore percentuale	Mesh con 310413 nodi	58,41	48,68	55,56

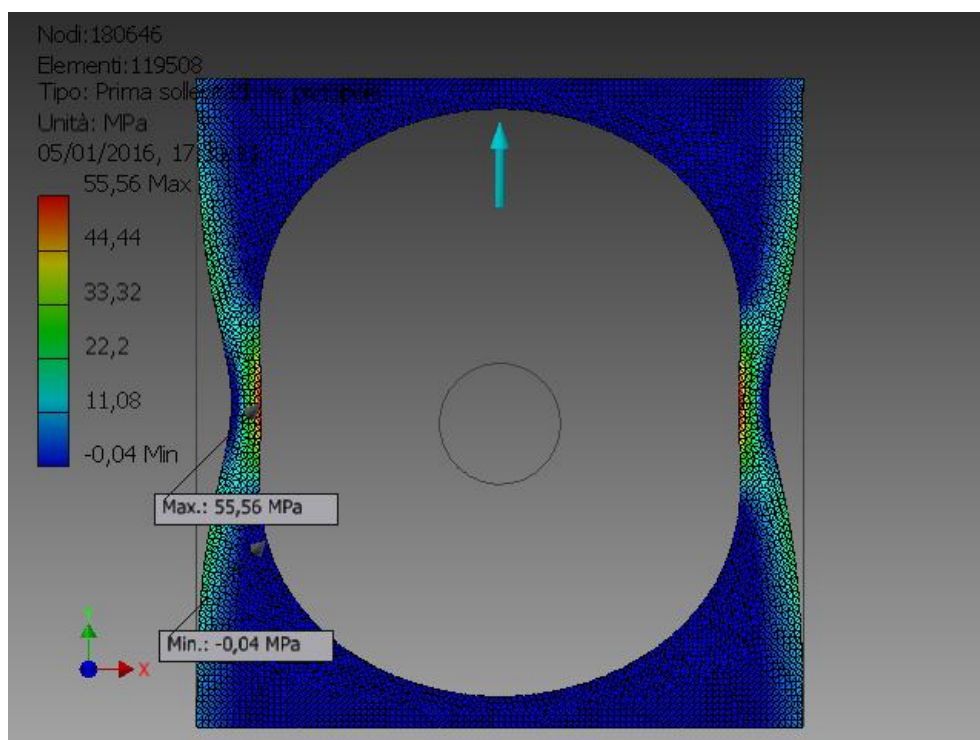
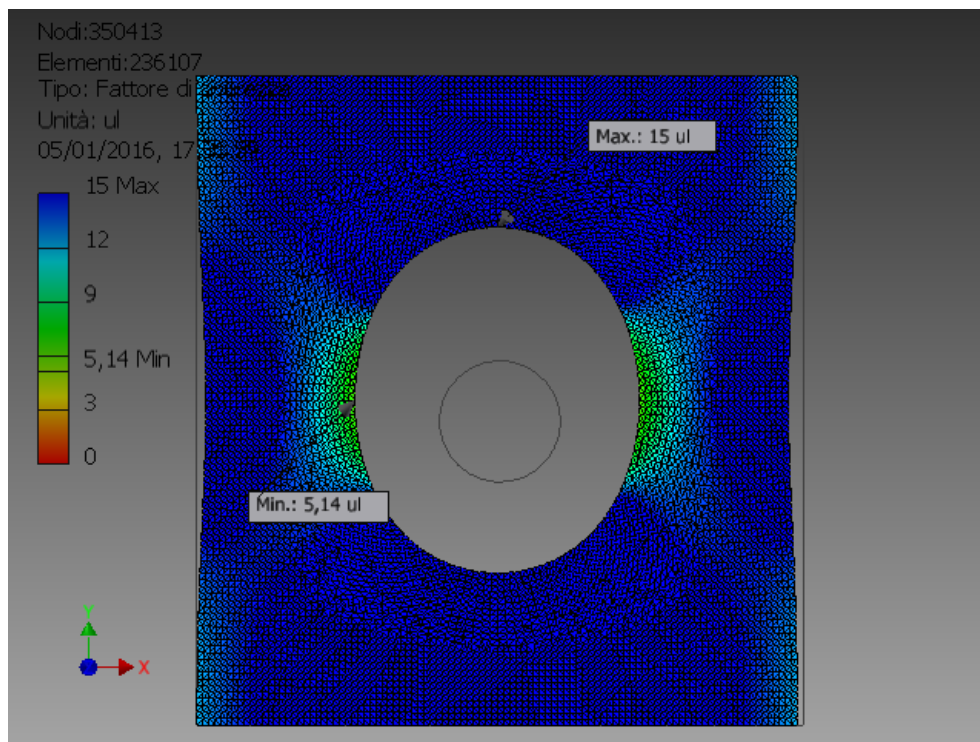


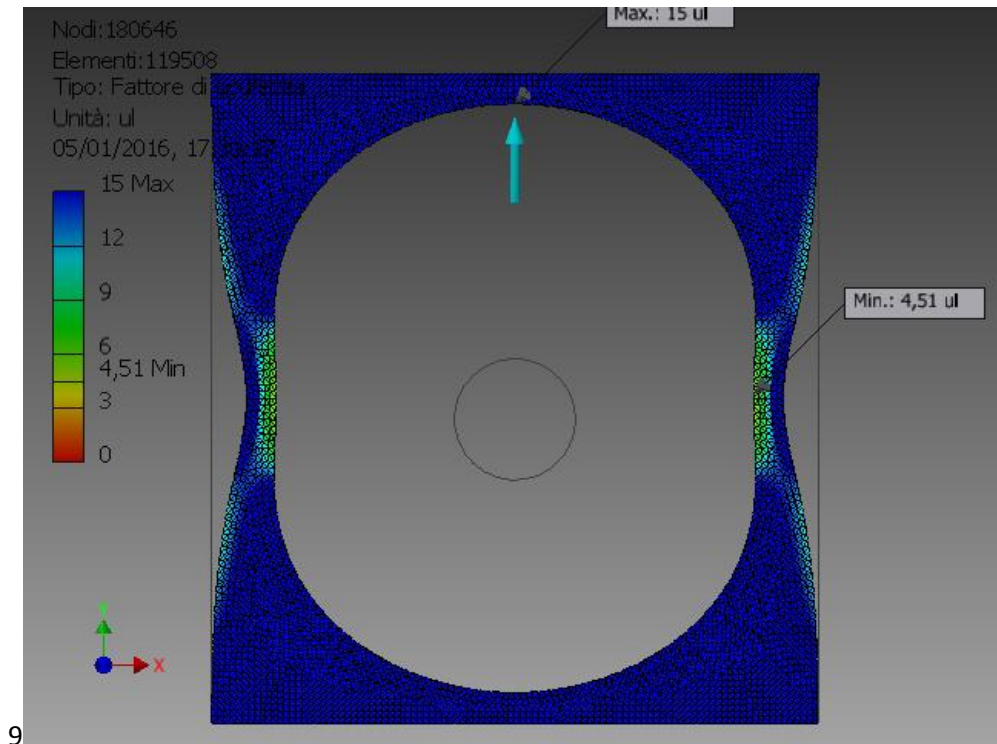
Riportiamo i risultati con spostamento 0,01 mm e la mesh seguente:

Dimensione media elemento (frazione del diametro modello)	0,01
Dimensione minima elemento (frazione della dimensione media)	0,2
Fattore di gradazione	1,5
Angolo di rotazione massimo	60 gr
Crea elementi mesh curvi	Sì









CONCLUSIONI:

Imponendo uno spostamento di 1 mm si esce dal campo elastico e la teoria utilizzata non è più corretta. Si studia la lastra con uno spostamento imposto di 0,01 mm in modo da restare in campo elastico almeno nel caso di foro piccolo; si sono studiati anche casi di spostamenti più piccolo che non comportano plasticizzazione nemmeno nel caso del foro più grande ma non si sono riportati qui in quanto non utili al confronto tra valori teorici e valori ottenuti dalla simulazione perché i valori teorici per fori grandi non si possono ritenere validi (in quanto la teoria è valida nel caso di lastra infinita e foro piccolo).

ESERCITAZIONE 3:

ALBERO CON GOLA CIRCONFERENZIALE

Consideriamo un albero di diametro $D=90$ mm con una gola circonferenziale di raggio $R=5$ mm (quindi diametro della gola $d=80$ mm). Sia soggetto a momento flettente $M_{fl} = 4,5$ kNm e momento torcente $M_t = 6$ kNm.

RISOLUZIONE TEORICA:

$$\sigma_{nom} = \frac{32 M_{fl}}{\pi d^3} = 90 \text{ MPa}$$

$$K_{t fl} = 2,2$$

$$\nu = 0,3$$

$$\tau_{nom} = \frac{16 M_t}{\pi d^3} = 60 \text{ MPa}$$

$$K_{t tor} = 1,6$$

Pertanto gli sforzi nell'intaglio risultano:

$$\sigma_z = K_{t fl} * \sigma_{nom} = 197 \text{ MPa}$$

$$\sigma_\theta = \nu * \sigma_{nom} = 59 \text{ MPa}$$

$$\tau = K_{t tor} * \tau_{nom} = 96 \text{ MPa}.$$

Dai circoli di Mohr si ricavano le tensioni principali:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z + \sigma_\theta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_z^2}$$

Pertanto:

$$\sigma_1 = 246 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = 10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = 0 \text{ MPa}$$

Da cui risulta

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} = 241 \text{ MPa}$$

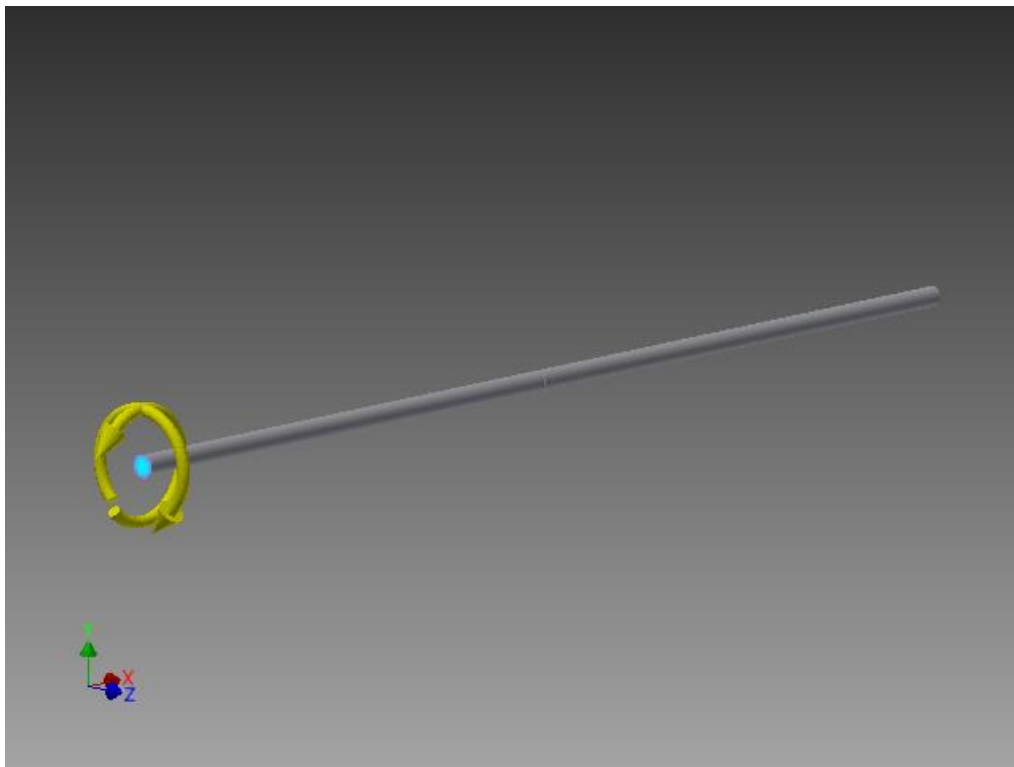
CREAZIONE MODELLO, FORZE E VINCOLI IN INVENTOR:

Per costruire l'albero con gola circonferenziale in Inventor ho creato nello schizzo 2D la sagoma di mezzo albero (rettangolo e cerchio, per togliere le parti sovrabbondanti ho usato la funzione "taglia"), quindi ho usato la funzione "rivoluzione".

Ho scelto di usare una lunghezza dell'albero di 5.000 mm e una lega d'acciaio:

Generale	Densità della massa	7,85 g/cm ³
	Resistenza allo snervamento	250 MPa
	Resistenza massima a trazione	400 MPa
Sollecitazione	Modulo di Young	205 GPa
	Coefficiente di Poisson	0,3 su
	Modulo a taglio	78,8462 GPa

Ho applicato ad un estremità un fissaggio triplo, all'altra i due momenti.



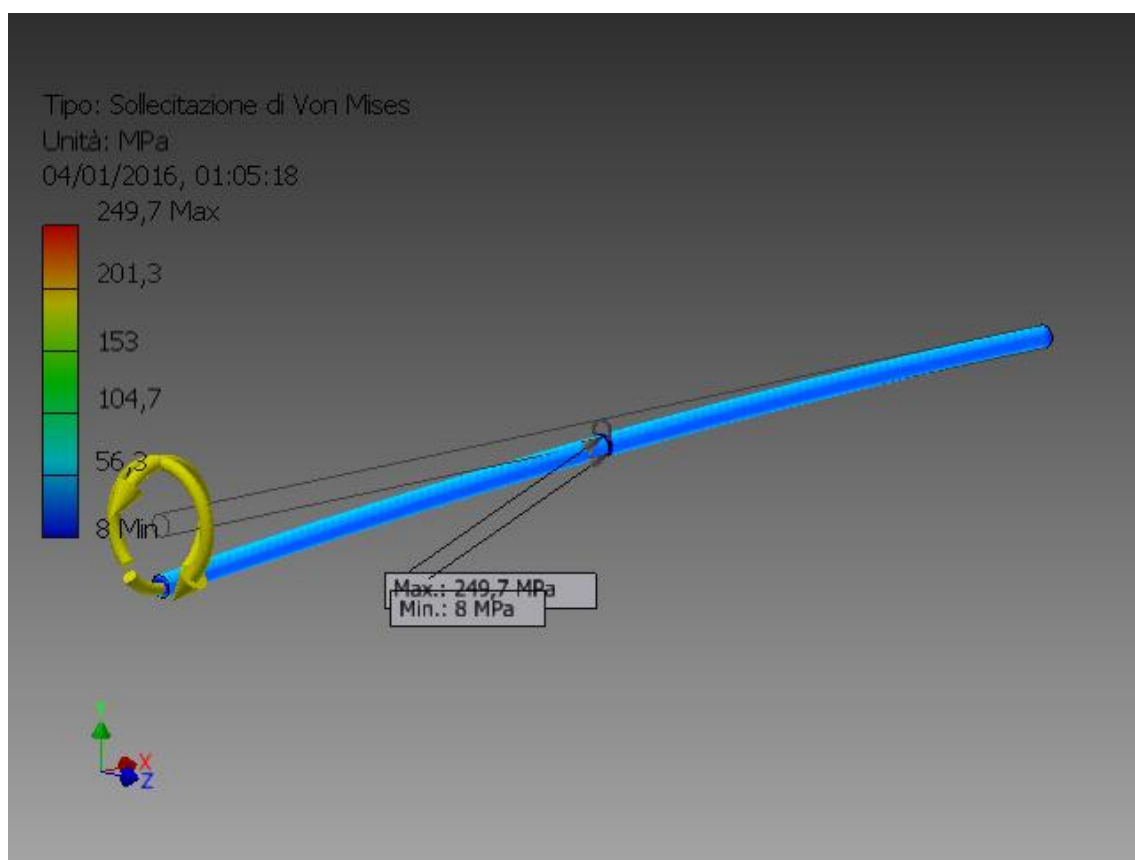
Mesh utilizzata (standard):

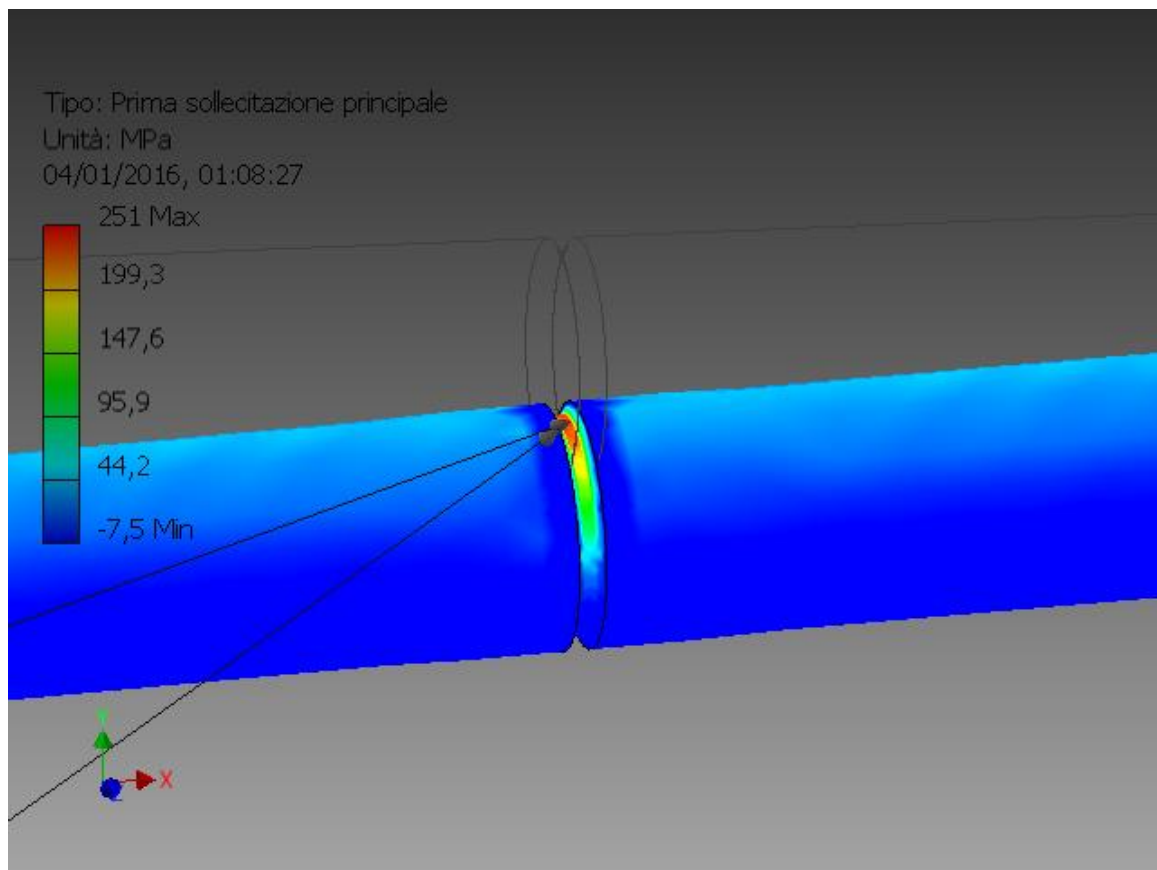
Dimensione media elemento (frazione del diametro modello)	0,1
Dimensione minima elemento (frazione della dimensione media)	0,2
Fattore di gradazione	1,5
Angolo di rotazione massimo	60 gr

Crea elementi mesh curvi	Sì
--------------------------	----

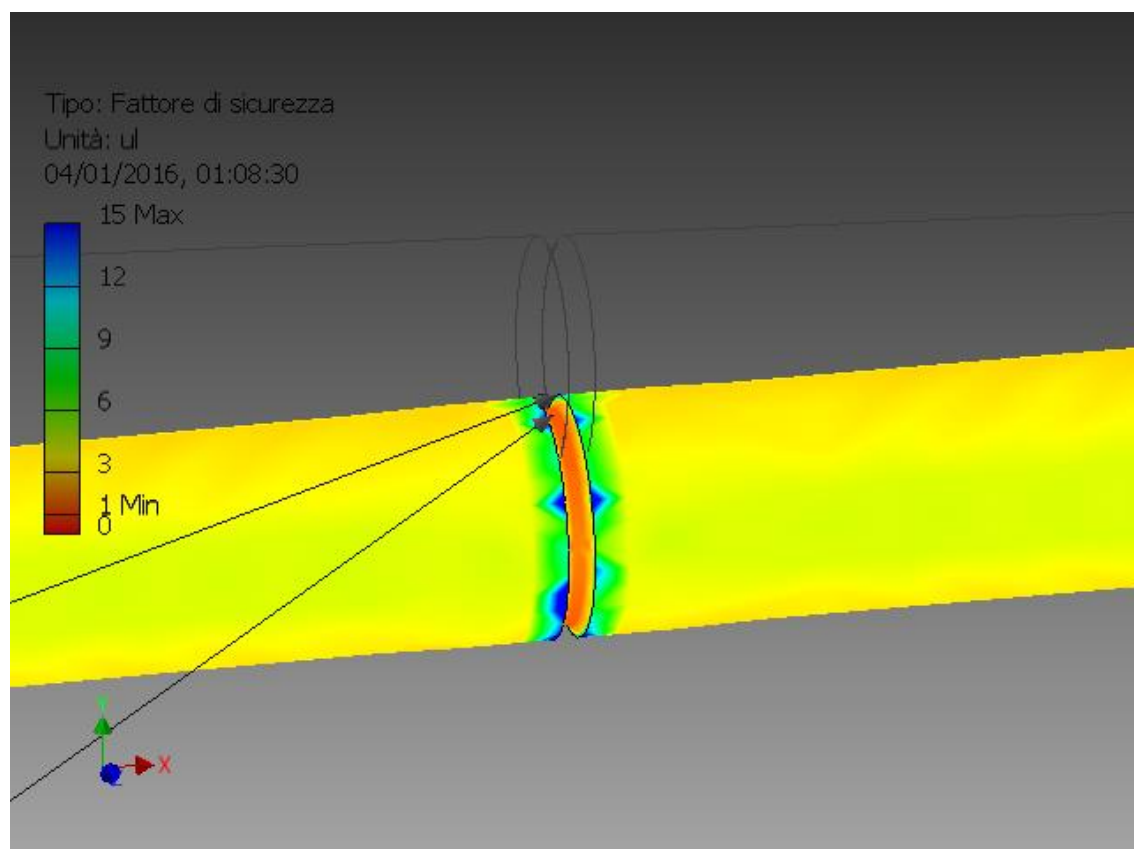
RISOLUZIONE CON INVENTOR:

Nome	Minimo	Massimo	Risultati teorici:	Errore percentuale:
Sollecitazione di Von Mises	8,01311 MPa	249,654 MPa	241 MPa	3%
Prima sollecitazione principale	-7,52112 MPa	250,976 MPa	246 MPa	2%
Fattore di sicurezza	1,00139 su	15 su		

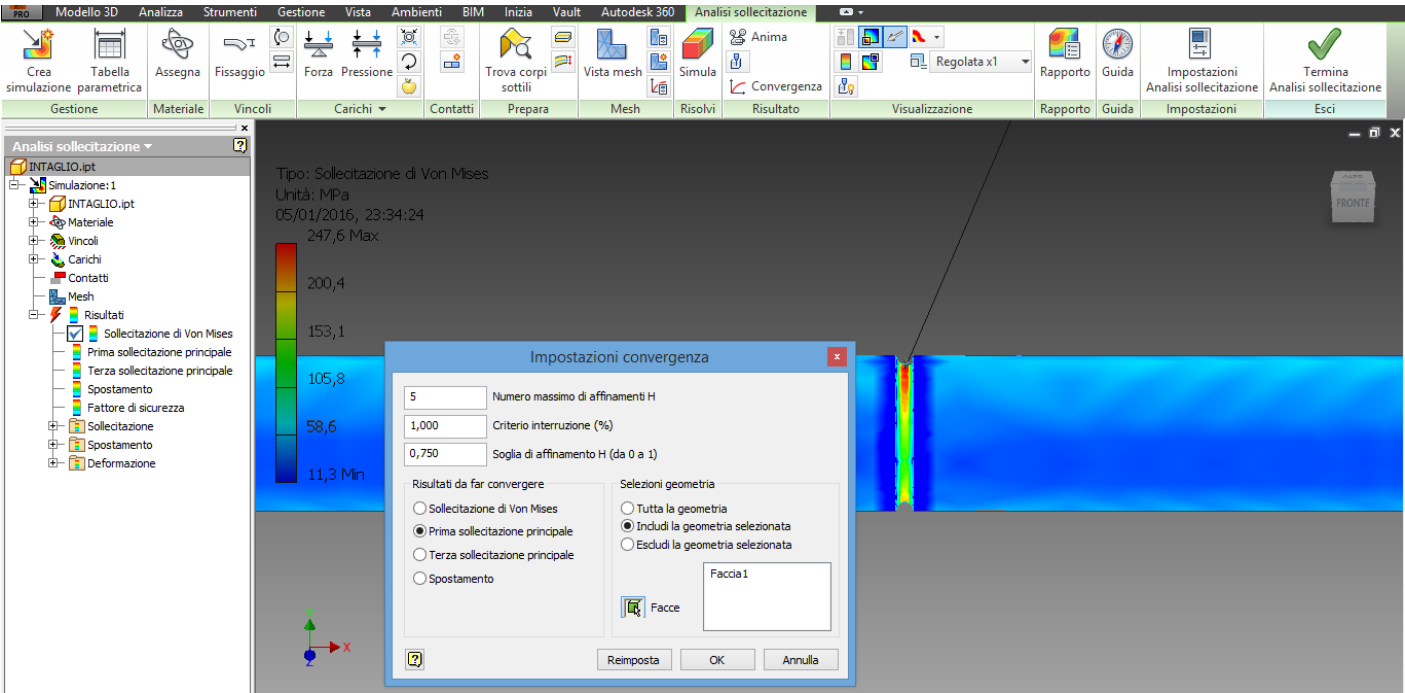




Da notare che nell'intaglio il risultato di Inventor della sollecitazione (Von Mises **249,654 MPa**) si avvicina molto al limite di snervamento (**250 MPa**), portando a lavorare con coefficienti di sicurezza molto piccoli:

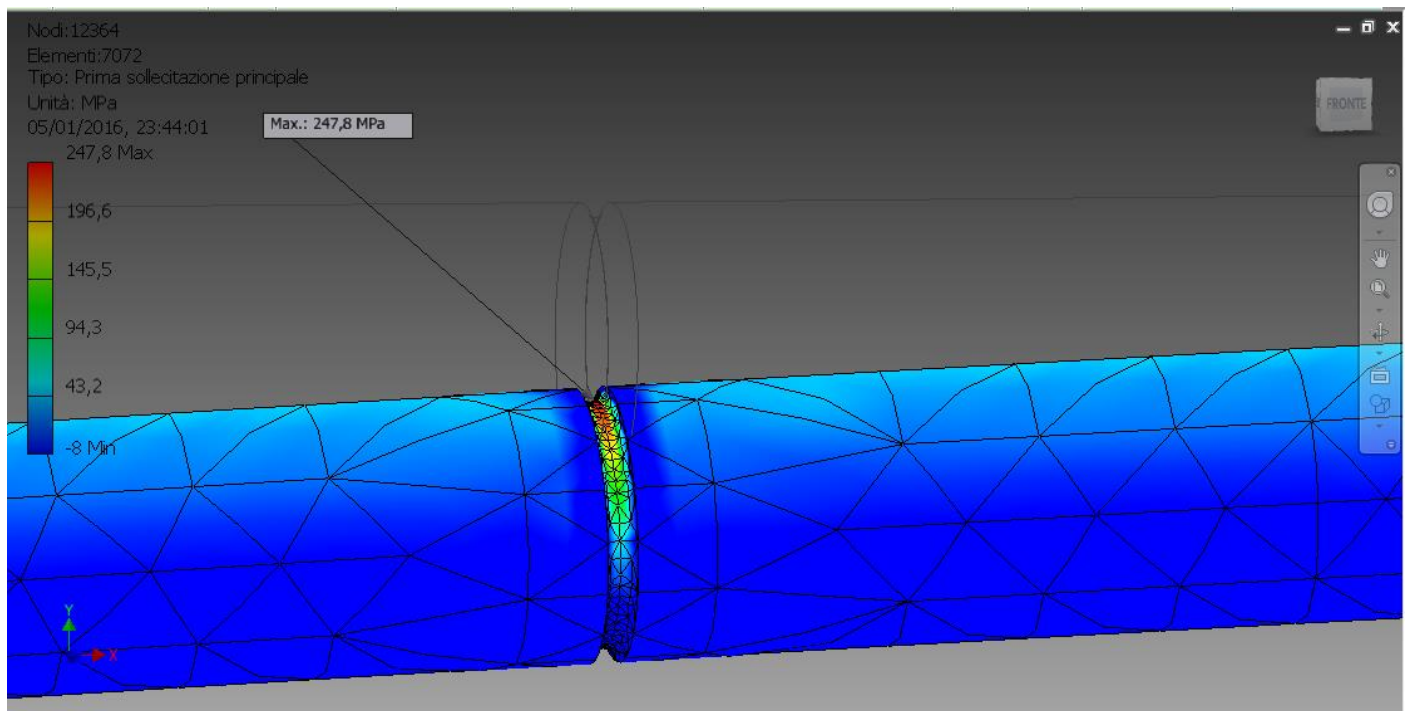


I risultati riportati fin ora sono ottenuti con una mesh standard. Siccome la concentrazione di sforzi è localizzata solo nell'intaglio, ha senso infittire la mesh solo localmente, ad esempio con le seguenti impostazioni:



Si ottengono i risultati seguenti:

Nome	Massimo con mesh standard	Massimo con impostazioni di convergenza modificate	Risultati teorici:	Errore percentuale rispetto ai valori teorici con mesh standard	Errore percentuale rispetto ai valori teorici con impostazioni di convergenza modificate
Sollecitazione di Von Mises	249,654 MPa	247,6 MPa	241 MPa	3%	2,7%
Prima sollecitazione principale	250,976 MPa	247,8 MPa	246 MPa	2%	0,7%



CONCLUSIONI:

Si ottengono risultati soddisfacenti senza particolari accorgimenti, anche se nella gola circonferenziale la sollecitazione si avvicina molto al limite di snervamento. Dato che è noto che lo studio è assai localizzato in questo esempio (si studia solo la zona dell'intaglio), si decide di infittire la mesh solo localmente agendo nella finestra di Inventor "impostazioni convergenza": così facendo si ottengono agevolmente risultati più che soddisfacenti.